# КОЛЕБАНИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

**Алмуратов Шавкат Нарпулатович**
**доцент UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGIES.**
**Узбекистан**
**al_shavkat@mail.ru**

**Алмуратова Муяссар Шавкатовна**
**студентка UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGIES.**
**(Узбекистан)**

**Саматова Нигора Мурот қизи**
**студентка UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGIES.**
***Узбекистан***
**Усмонова Мафтунахон Камолиддиновна**
**студентка UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGIES.**
**Узбекистан**
**Mauska1812@gmail.com**

**Аннотация**

В работе с помощью вариационного принципа исследуются колебания тонкой продольно подкрепленной сферической оболочки при динамическом взаимодействии с заполнителем, при осевом сжатии и с учетом трения в контакте. Построены зависимости частоты собственных колебаний от волнообразования в окружном направлении с учетом трения в контакте между оболочкой и заполнителем.

*Ключевые слова: оболочка, колебание, модуль упругости, деформация, полная энергия, коэффициент трения*

**Введение.** В различных отраслях машиностроения широко применяются сферические оболочки с различными заполнителями. Это в свою очередь требует более полного учета характеристик материалов и конструкций с целью рационального конструирования и проведения надежных расчетов на прочность. Для более достоверного описания несущей способности конструкции целесообразно учитывать силы внешнего воздействия со стороны заполнителя. Одним из таких воздействий является его контакт с упругой средой. Силы внешнего воздействия со стороны заполнителя по сути являются поверхностными силами и обусловлены контактом между оболочкой и упругим заполнителем. Контакт носит сложный характер и зависит от разных факторов: механических параметров заполнителя, поверхности оболочки и т.д. Одним из основных факторов являются силы трения, обусловленные взаимодействием оболочки с заполнителем. Решение такого типа задач связано с целым рядом математических сложностей, усугубляемых необходимостью учета динамических эффектов в задачах сейсмостойкости, вибрации и др., часто встречающихся в технических расчетах и моделировании.. Таким образом налицо актуальность разработки приближенных методов для такого рода расчетов, каковым и является в частности рассматриваемый в данной статье вариационный метод. Это объясняется также и тем, что метод позволяет выработать непротиворечивые приближенные принципы теории тонкостенных конструкций типа оболочек и стержней.

Отметим, что описанные в научной литературе решения относятся преимущественно к подкрепленной сферической оболочке без заполнителя [1]. Колебания гладких сферических оболочек с заполнителем достаточно полно исследованы в работах [2-8]. В работе [4] исследованы колебания сферических оболочек, усиленных продольными ребрами и заполненных упругой средой.

**Постановка задачи.** Данная статья посвящена исследованию свободных колебаний сферических оболочек с заполнителем, усиленных дискретно распределенными продольными системами ребер при осевом сжатии и с учетом трения между оболочкой и заполнителем. Проведен анализ влияния параметров внешней среды на параметры частоты собственных колебаний системы.

Задача решена энергетическим способом. Потенциальная энергия оболочки, нагруженной осевыми сжимающими силами, имеет вид [1]:

$$\begin{aligned}
Э = {} & \frac{Eh}{2(1-\nu^2)}\int_0^{\zeta_1}\int_0^{2\pi}\left\{\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}+\frac{\partial\nu}{\partial\theta}-w\right)^2+2(1-\nu)\frac{\partial u}{\partial\xi}\left(\frac{\partial\nu}{\partial\theta}-w\right)-\right.\\
& \left.-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial u}{\partial\theta}+\frac{\partial\nu}{\partial\xi}\right)^2\right]\Bigg\}d\xi d\theta+\frac{Eh}{24(1-\nu^2)R^2}\int_0^{\xi_1}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+\frac{\partial\nu}{\partial\theta}\right)^2-\\
& -2(1-\nu)\left[\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\theta^2}+\frac{\partial\nu}{\partial\theta}\right)-\frac{1}{4}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\xi\partial\theta}+\frac{\partial\nu}{\partial\xi}\right)^2\right]\Bigg\}d\xi d\theta+\\
& +\frac{E_c}{2R}\sum_{l=1}^{k}\int_0^{\xi_1}\left[F_c\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}-\frac{h_c}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}\right)^2+\frac{I_{yc}}{R^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}\right)^2+\frac{G_c}{E_c}I_{kp.c}\times\frac{G_c}{E_c}I_{kp.c}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\xi\partial\theta}+\frac{\partial\nu}{\partial\xi}\right)^2\right]_{\theta=\theta_1}d\xi-\\
& -\frac{\sigma_x h}{2}\int_0^{\xi_1}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\partial w}{\partial\xi}\right)^2 d\xi d\theta-\frac{\sigma_x F_c}{2R}\sum_{i=1}^{k}\int_0^{\xi_1}\left(\frac{\partial w}{\partial\xi}\right)^2\Bigg|_{\theta=\theta_1}d\xi
\end{aligned} \tag{1}$$

здесь $\xi_1 = \frac{L}{R}$, $\xi = \frac{x}{R}$, $\theta = \frac{y}{R}$; $x$, $y$,$z$- координаты, $E_c, G_c$ - модули упругости и сдвига материала продольных ребер, k – количество продольных ребер, $\sigma_x$ - осевые сжимающие напряжения, $u, v, w$ - компоненты вектора перемещений оболочки, $h$ и $R$ – толщина и радиус оболочки, соответственно, $E$, $\nu$ - модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки, $F_c$, $I_{yc}$, $I_{kp.c}$ - соответственно, площади и моменты инерции поперечного сечения продольного стержня относительно оси $OX$ и $OZ$, а также момент инерции при кручении.

Кинетическая энергия оболочки такова:

$$K = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{\xi_1}\int_0^{2\pi} \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t_1}\right) \right] d\xi d\theta$$

$$+ \frac{\overline{\rho_c} E_c F_c}{2R(1-\nu^2)} \sum_{i=1}^{k_1} \int_0^{\xi_1} \left[ \left(\frac{\partial u}{\partial t_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial t_1}\right) \right]_{\theta=\theta_1} d\xi \tag{2}$$

здесь $\overline{\rho_c} = \frac{\rho_c}{\rho_0}$, где $\rho_0, \rho_c$ - плотности материалов оболочки и продольного стержня соответственно, $\theta_i = \frac{2\pi}{k_1} i$.

Взаимодействие заполнителя с оболочкой представляется как поверхностная нагрузка, приложенная к оболочке, которая совершает работу на перемещениях поверхности контакта при переводе системы из деформированного состояния в начальное недеформированное.

$$A_0 = -\int_0^{\xi_1}\int_0^{2\pi} (q_x u + q_\theta v + q_z w) d\xi d\theta + \int_0^{\xi_1}\int_0^{2\pi} f q_z (u+v) d\xi d\theta \tag{3}$$

где $q_x, q_\theta, q_z$ - давления со стороны заполнителя на оболочку, f – коэффициент трения.

Полная энергия системы такова:

$$П = Э + K + A_0 \tag{4}$$

Уравнение движения среды в векторной форме имеет вид [2,3]:

$$a_e^2 qrad\ div\ \vec{S} - a_t^2 rot\ rot\ \vec{S} + \omega^2 \vec{S} = 0 \quad , 0 \le x \le L,\ 0 \le r \le R \tag{5}$$

где $a^2{}_t = (\lambda + 2\mu)/\rho$, $a^2{}_e = \mu/\rho$, а$a_t$, $a_e$- скорости распространения продольных и поперечных волн в заполнителе соответственно; $S = S(S_x, S_\theta, S_z)$- вектор перемещения; $\lambda$, $\mu$ - коэффициенты Ламе. К системам уравнений движения среды (5) прибавляются контактные условия. Предполагается, что контакт между оболочкой и заполнителем жесткий, т.е. при $r = R$:

$$u = S_x;\; v = S_\theta; \quad w = S_z \tag{6}$$

$$q_x = -\sigma_{rx}, q_y = -\sigma_{r\theta}, \quad q_z = -\sigma_{rr}, w = S_r \tag{7}$$

Компоненты $\sigma_{rx}, \sigma_{r\theta}$, $\sigma_{rr}$ - тензоры напряжений определяются следующим образом [2,3]:

$$\begin{gathered}\sigma_{rx} = \mu_s\left(\frac{\partial S_x}{\partial r} + \frac{\partial S_r}{\partial x}\right);\quad \sigma_{r\theta} = \mu_s\left[r\frac{\partial}{\partial r}(\frac{S_r}{r}) + \frac{1}{r}\frac{\partial S_r}{\partial\theta}\right],\\ \sigma_{rr} = \lambda_s\left(\frac{\partial S_r}{\partial x} + r\frac{\partial}{\partial r}(\frac{S_r}{r}) + \frac{1}{r}\frac{\partial S_\theta}{\partial\theta}\right) + 2\mu_s\frac{\partial S_r}{r}\end{gathered} \tag{8}$$

$\lambda_s$, $\mu_s$ - коэффициенты Ламе для среды.

Дополняя контактными условиями (6) и (7) уравнения движения заполнителя (5), приходим к контактной задаче о колебаниях сферической оболочки, подкрепленной перекрестными системами ребер, заполненной средой. Другими словами, задача о колебаниях подкрепленных перекрестными системами ребер сферической оболочки с заполнителем при осевом сжатии сводится к совместному интегрированию уравнений теории оболочек и уравнений движения заполнителя при выполнении указанных условий на поверхности их контакта.

**Метод решения**. Далее будут рассматриваться оболочки, края которых шарнирно оперты. Компоненты вектора перемещений таких оболочек ищем в виде:

$$\begin{gathered}u = A\cos kx\cos n\varphi\exp(i\omega_1 t_1),\\ \vartheta = B\sin kx\sin n\varphi\exp(i\omega_1 t_1),\\ w = C\sin kx\cos n\varphi\exp(i\omega_1 t_1)\end{gathered} \tag{9}$$

где, A, B, C – неизвестные постоянные; $k = \frac{m\pi}{L}$ $(m = 1,2,....)$, $m, n$ - волновые числа в продольном и окружном направлениях, соответственно, $L$ - длина оболочки,

$$\omega_1 = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad t_1 = \omega_0 t,\; \omega_0 = \sqrt{\frac{E}{(1-\nu^2)\rho_0 R^2}}, \quad \omega_1 = \sqrt{\frac{(1-\nu^2)\rho_0 R^2\omega^2}{E}}$$

При равных весах подкрепленной оболочки и оболочки без подкрепления их собственные частоты обозначены через $\omega$ и $\omega_0$.

Решения системы (5) имеют вид [3]:

а) при малых инерционных действиях со стороны заполнителя на процесс колебаний системы:

$$\begin{gathered}S_x = \left[\left(-kr\frac{\partial I_n(kr)}{\partial r} - 4(1-\nu_s)kI_n(kr)\right)A_s + kI_n(kr)B_s\right]\cos n\varphi\cos kx\exp(i\omega_1 t_1)\\ S_\varphi = \left[-\frac{n}{r}I_n(kr)B_s - \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r}\gamma_1 r)C_s\right]\sin\varphi\cos kx\exp(i\omega_1 t_1)\\ S_r = \left[-k^3 rI_n(kr)A_s + \frac{\partial I_n(kr)}{\partial r}B_s + \frac{n}{r}I_n(kr)C_s\right]\cos n\varphi\sin kx\exp(i\omega_1 t_1)\end{gathered} \tag{10}$$

b) инерционные действия заполнителя на процесс колебаний системы существенны:

$$S_x = \left[ A_s k I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s \gamma_t^2}{\partial r} I_n(\gamma_1 r) \right] \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1)$$

$$S_\varphi = \left[ -\frac{A_s n}{r} I_n(\gamma_e r) - \frac{C_s nk}{r\mu} I_n(\gamma_1 r) - \frac{B_s}{n} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} \right] \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)$$

$$S_r = \left[ A_s \frac{\partial I_n(\gamma_e r)}{\partial r} - \frac{C_s k}{\mu_1} \frac{\partial I_n(\gamma_1 r)}{\partial r} + \frac{B_s}{r} I_n(\gamma_1 r) \right] \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)$$

(11)

Здесь $I_n$ - модифицированная функция Бесселя n-го порядка первого рода, $A_s, B_s, C_s$ - постоянные.

Используя контактные условия (6), перемещения оболочек (9), решение уравнения движения среды (10) и (11), выразим постоянные $A_s, B_s, C_s$ через $A, B, C$. В результате для $q_x, q_\theta, q_r$ находим:

$$q_x = \left(\tilde{C}_{x1} A + \tilde{C}_{x2} B + \tilde{C}_{x3} C\right) \cos n\varphi \cos kx \exp(i\omega_1 t_1)$$

$$q_\theta = \left(\tilde{C}_{\theta 1} A + \tilde{C}_{\theta 2} B + \tilde{C}_{\theta 3} C\right) \sin n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1)$$

$$q_r = \left(\tilde{C}_{x1} A + \tilde{C}_{x2} B + \tilde{C}_{x3} C\right) \cos n\varphi \sin kx \exp(i\omega_1 t_1) \qquad (12)$$

После подстановки (12) в (3) и интегрирования по $\xi$ и $\theta$ получаем для работы распределенных нагрузок со стороны заполнителя, приложенных к оболочке:

$$A = -R^2 \pi \left[ S_2 \tilde{C}_{x1} A^2 + (S_2 \tilde{C}_{x2} + S_1 \tilde{C}_{\theta 1}) AB + (S_2 \tilde{C}_{x3} + S_1 \tilde{C}_{r1}) AC + \right.$$
$$\left. + S_1 (\tilde{C}_{\theta 3} + \tilde{C}_{r2}) BC + S_1 \tilde{C}_{\theta 2} B^2 + S_1 \tilde{C}_{r3} C^2 \right. \qquad (13)$$

Здесь $\tilde{C}_{ra}$ - постоянная, $S_1 = \frac{1}{2} - \frac{\sin 2k\xi_1}{4k}$.

Используя (1), (2), (13) для полной энергии системы получим полином второго порядка относительно параметров постоянных A,B,C:

$$\Pi = (\breve{\varphi}_{11} - S_2 \breve{C}_{x1} - \psi_{11}\omega_1^2) A^2 + (\breve{\varphi}_{22} - S_1 \breve{C}_{\theta 2} - \psi_{22}\omega_1^2) B^2 +$$
$$+ (\breve{\varphi}_{23} - S_1 \breve{C}_{r3} - \psi_{33}\omega_1^2 + I_1 \sigma_x) C^2 + (\breve{\varphi}_{44} - S_2 \breve{C}_{x2} + S_1 \breve{C}_{\theta 1}) AB +$$
$$+ (\breve{\varphi}_{55} - S_2 \breve{C}_{x3} + S_1 \breve{C}_{r1}) AC + S_1 (\breve{\varphi}_{66} + \breve{C}_{\theta 3} + \breve{C}_{r2}) BC$$

Отметим, что величины $\breve{\varphi}_{ii} (i = 1,2,\ldots\ldots, 6)$, $\psi_{ii} (i = 1,2,\ldots\ldots, 6)$, $I_i (i = 1,2)$ имеют громоздкий вид, поэтому их здесь не приводим.

Условия экстремума $\Pi$ по параметрам A, B, C сводят решение задачи о колебаниях подкрепленных продольными системами ребер, заполненной средой и подверженной продольному сжатию оболочки с учетом трения в контакте, к однородным системами линейных алгебраических уравнений третьего порядка, нетривиальные решения которых возможны лишь в случае, если определитель этой системы равен нулю. Приравнивая далее определители указанных систем нулю, получаем следующее частотное уравнение:

$$2(\breve{\varphi}_{11}-S_2\breve{C}_{x1}-\psi_{11}\omega_1^2)A+(\breve{\varphi}_{44}+S_2\breve{C}_{x2}+S_1\breve{C}_{\theta 1})B+(\breve{\varphi}_{55}-S_2\breve{C}_{x3}+S_1\breve{C}_{r1})C=0$$
$$(\breve{\varphi}_{44}+S_2\breve{C}_{x2}+S_1\breve{C}_{\theta 1})A+2(\breve{\varphi}_{22}-S_1\breve{C}_{\theta 2}-\psi_{22}\omega_1^2)B+(\breve{\varphi}_{66}+\breve{C}_{\theta 3}+\breve{C}_{r2})C=0$$
$$(\breve{\varphi}_{55}+S_2\breve{C}_{x3}+S_1\breve{C}_{r1})A+(\breve{\varphi}_{66}+\breve{C}_{\theta 3}+\breve{C}_{r2})B+2(\breve{\varphi}_{33}-S_1\breve{C}_{r3}-\psi_{33}\omega_1^2+I_1\sigma_x)C=0 \quad (14)$$

Нетрудно заметить, что в случае а) система уравнений (14) приводится к кубическому уравнению относительно $\omega_1^2$, в противном случае оно является трансцендентным. Поскольку в дальнейшем нас будут интересовать только низкие частоты изгибных колебаний, это уравнение в случае а) можно упростить, отбросив слагаемые с $\omega_1^4$ и $\omega_1^6$. В результате получаем ($\omega_1^2=\lambda_a$):

$$\lambda_a=\frac{f_3^2 f_4+f_1 f_5^2+f_2^2 f_6}{2f_5^2\psi_{11}+f_2^2\psi_{33}-4f_1 f_4\psi_{33}-0{,}5f_6(f_1\psi_{22}+f_4\psi_{11})}$$
$$f_1=\breve{\varphi}_{11}-S_2\breve{C}_{x1};\ f_2=\breve{\varphi}_{44}+S_2\breve{C}_{x2}+S_1\breve{C}_{\theta 1};\quad f_3=\breve{\varphi}_{55}+S_2\breve{C}_{x1}+S_1\breve{C}_{r1};$$
$$f_5=\breve{\varphi}_{66}+\breve{C}_{\theta 3}+\breve{C}_{r2};\ f_6=\breve{\varphi}_{33}-S_1\breve{C}_{r3}+I_1\sigma_x \quad (15)$$

Аналогичным образом определяется $\lambda_b$ для случая б).

**Анализ результатов расчетов**. Приведем результаты исследования влияния числа ребер и жесткости заполнителей на критическое напряжение осевого сжатия. Вычисления выполнены для оболочки, среды и ребер с такими параметрами:

$$E=E_c=E_h=6{,}67\cdot 10^9\,H/m^2;\ \nu=0{,}3;\ x=1;\ n=8;\ h_h=1{,}39\,mm;\ R=160\,mm;$$
$$L_1=800\,mm;\quad \frac{F_c}{2\pi Rh}=0{,}1591\cdot 10^{-1};\quad \frac{I_{yc}}{2\pi R^3 h}0{,}8289;\quad h=0{,}45\,mm;$$
$$F_x=5{,}75\,mm^2;\quad I_{sh}=19{,}9\,mm^4;\quad |h_c|=0{,}1375\cdot 10^{-1}R;\quad \frac{I_{kpc}}{2\pi R^3 h}=0{,}5305\cdot 10^{-6};$$
$$I_{kph}=0{,}48\,mm^4;\ f=0{,}25$$

Результаты счета представлены на Рис 1. Здесь приведена зависимость $\omega=\omega_1\omega_0$ от напряжения осевого сжатия. Из Рис.1 видно, что с увеличением напряжения частота системы падает. Кроме того, учет трения приводит к снижению значения собственной частоты исследуемой конструкции.

Как отмечено, методика определения оптимальных параметров подкрепления построена на сопоставлении минимальных частот колебаний ребристой и гладкой сферической оболочки, усиленными продольными системами ребер, заполненной средой.

В качестве варьируемых параметров рассматриваются: относительная толщина оболочки $h^*=h/R$, расстояния между продольными и поперечными ребрами, отнесенные к толщине оболочки отношение веса всех ребер к весу оболочки $\varphi_1'$ и отношение веса продольных ребер к весу поперечных ребер $\varphi_2'$ При этом предполагается, что радиус и длина оболочки, а также характеристики формы сечений продольных и поперечных ребер заранее заданы. Отметим, что для прямоугольных сечений необходимо задавать отношения $\psi_1$ и $\psi_2$ высот соответственно продольных и кольцевых ребер к их толщинам. Безразмерные характеристики ребер, входящие в (1), (2), выражаются через указанные параметры:

$$\overline{\gamma}^{(1)}_c = \frac{\varphi_1'\varphi_2'}{1+\varphi_2'}, \qquad \overline{\gamma}_s^{(2)} = \frac{\varphi_1'}{1+\varphi_2'}, \qquad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2}\left(1+\sqrt{a_1\varphi_1\overline{\gamma}_c^{(1)}}\right),$$

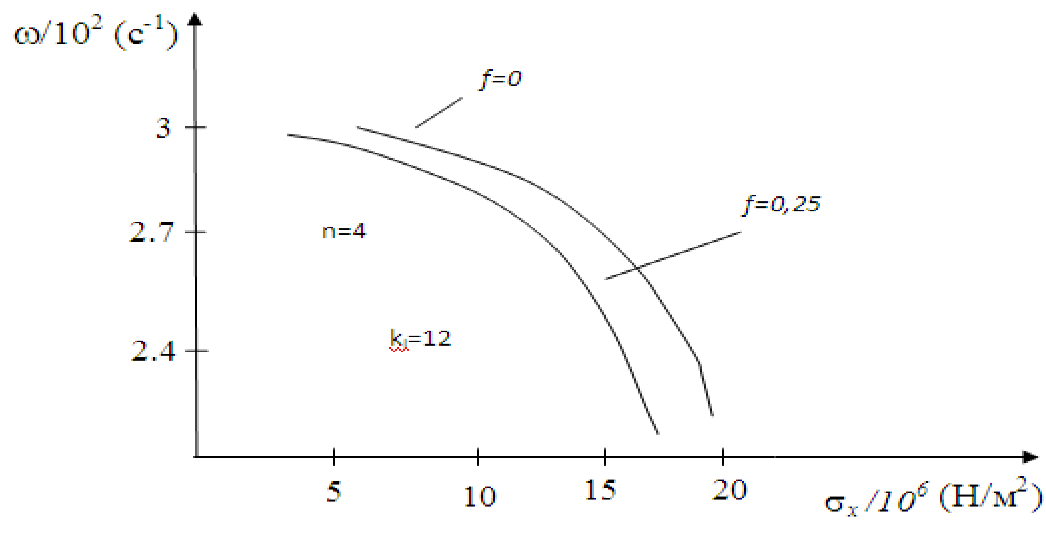
$$\mu_{s2} = \frac{1-\nu}{6}\frac{a_2}{\psi_2}(h^*)^2\left(\overline{\gamma}_s^{(2)}\right)^2; \qquad \frac{h_c}{R} = -\frac{h^*}{2}\left(1+\left(1+\frac{1}{k_1}\right)\sqrt{a_1\varphi_1\overline{\gamma}_c^{(1)}}\right),$$

$$\eta_{s1}^{(2)} = \overline{\gamma}_{s1}^{(2)}\overline{\gamma}_s^{(2)}\frac{a_2\psi_2(h^*)^2}{12}, \qquad \eta_{s1}^{(2)} = \overline{\gamma}_{s1}^{(2)}\overline{\gamma}_s^{(2)}\frac{a_2\psi_2(h^*)^2}{12},$$

$$\eta_c^{(1)} = \overline{\gamma}_c^{(1)}\left[\frac{a_1}{12}\psi_1\overline{\gamma}_c^{(1)}(h^*)^2 + \left(\frac{h_c}{R}\right)^2\right], \qquad \mu_{s1} = \frac{1-\nu}{6}(h^*)^2\left(\overline{\gamma}_c^{(1)}\right)^2\frac{a_1}{\psi_1}$$

При такой постановке результат исследования практически не зависит от характеристик материала оболочки, поскольку $(\omega^2_{min})$, как известно, слабо зависят от коэффициента Пуассона $\nu$, а их отношение $\mu$ не зависят от модуля упругости $E$. Следует отметить, что для улучшения несущей способности оболочки необходимо найти такое сочетание параметров $h^*$, $a_1$, $a_2$, $\varphi_1'$ и $\varphi_2'$, при которых $\mu$ принимает наибольшее значение.

В качестве примера, иллюстрирующего изменения $\mu$ в зависимости от относительных весов ребер, приведены результаты вычислений усиленных продольно подкрепленными системами ребер сферических оболочек, заполненных средой.




ис. 1. Зависимости частоты системы $\omega = \omega_1\omega_0$ от сжимающих напряжений

**Литература**


1. Амиро И.Я., ЗаруцкийВ.А.. Теория ребристых оболочек. Методы расчета оболочек. «Наукова думка», 1980, 367 с.
2. Ильгамов М.А., Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.А. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим заполнителем. М., Наука, 1977, 331с.

3. Латифов Ф.С.. Колебания оболочек с упругой и жидкой средой. Баку, «Элм», 1999, 164с.
4. Alexey A. Semenov. Model of deformation stiffened orthotropic shells under dynamic loading. Journal of Siberian Federal University. Mathematics and Physic 2016, 9(4), p.485-497.
5. Босяков С.М., Чживэй В. Анализ свободных колебаний сферических оболочки из стеклопластика при граничных условиях Навье. Механика машин, механизмов и материалов. 2011, №3, с. 24-27.
6. F.S. Latifov, F.A. Seyfullaev, Sh. Sh. Alyev. Free vibrations reinforced by transverse ribs of an anisotropic cylindrical shell made of fiberglass with a liquid flowing in it. Applied mechanics and technical physics. 2016, Vol. 57, No. 4, pp. 158-162.
7. A.I. Seyfullayev, K. A. Novruzova, Oscillations of longitudinally reinforced orthotropic cylindrical shell filled with a viscous fluid, Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, (2015), no. 3/7 (75), 29-33.
8. Мамедов Дж.Н. Свободные колебания сферических оболочек с заполнителем, усиленными продольными ребрами при осевом сжатии с учетом дискретных размещений ребер. Механика машиностроение, 2007, № 4, ст.7-11.
9. Хасанов А.А. Современная теория обучения на межпредметной основе // Scince and world. – Volgograd, 2016. -№8 (36), vol II. – С. 76-78
10. Хасанов А.А. Дидактический анализ проблемы межпредметных связей и возможности их использования в средне-специальных учебных заведениях // МОЛОДОЙ УЧЁНЫЙ // ежемесячный научный журнал № 1 (36)/2012 Том II 129-130с. ISSN 2072-0297 Чита-2012 г.
11. Хасанов А.А. Ўқитиш жараёнида фанлараро алоқадрликни амалга оширишнинг психологик-педагогик асослари // Замонавий таълим // илмий- амалий оммабоп журнал. Тошкент-2017, №10, 9-14 бетлар.
12. Ж. М. Таштемиров, А. Т. Хайдаров Влияние источника тепла на плотность окружающей среды в нелинейных процессах тепловыделения в двухмерных областях (pp. 295-299) SCIENTIFIC PROGRESS VOLUME 4 I ISSUE 2 I 2023 _ISSN: 2181-1601.
13. Khaidarov A. T, Toshtemirov J. M. HEAT SOURCE DENSITY IN NON-LINEAR HEAT DISSIPATION PROCESSES //Proceedings of Scientific Conference on Multidisciplinary Studies. – 2023. – Т. 2. – №. 10.–С. 72-80.
14. Khaidarov A. T., Toshtemirov J. M. MODELING OF THE DEPENDENCE OF THE CONDUCTIVITY OF THE NON-ELECTRIC MEDIUM OF IRON METAL //Proceedings of Scientific Conference on Multidisciplinary Studies. – 2023. – Т. 2. – №. 10. – С. 88-89.
15. J.M. Toshtemirov, M.A. Asadullayeva THE EFFECT OF THE HEAT SOURCE ON THE AMBIENT DENSITY IN THE PROCESSES OF NON-LINEAR HEAT PROPAGATION IN MULTIDIMENSIONAL FIELDS.
16. Modern Science and Research, 2(10), 2023, 892–899. Retrieved from https://inlibrary.uz/index.php/science-research/article/view/24807
17. J. M. Toshtemirov APPLIED MATHEMATICS AND MODELING Educational Research in Universal Sciences 2 (14),17.11.2023, 330-333
18. Алмуратов , Ш. Н., & Жураев , Ш. И. (2023). КОЛЕБАНИЯ ПРОДОЛЬНО-ПОДКРЕПЛЕННЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С ЗАПОЛНИТЕЛЕМ. Educational Research in Universal Sciences, 2(15), 607–615. Retrieved from http://erus.uz/index.php/er/article/view/4791
19. Khojayeva, G. (2023). O'QUVCHILARNING MUSTAQIL FIKRLASH QOBILIYATLARINI RIVOJLANTIRISH. Educational Research in Universal Sciences, 2(14), 879–882. Retrieved from http://erus.uz/index.php/er/article/view/4548

20. Muradov, Salaxiddin Djumanazarovich. "TALABALARNING TEXNIK IJODKORLIK KOMPETENTLIGINI RIVOJLANTIRISH PEDAGOGIK MUAMMO SIFATIDA." Educational Research in Universal Sciences 2.14 (2023): 53-56.