О СОВРЕМЕННЫЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Т.Тожиев, З.Комилова.

Ферганский государственный университет, Узбекистан Математика, математическое моделирование

Применение методов Монте-Карло в различных областях постоянно расширяется благодаря развитию вычислительной техники. Увеличение быстродействия и объема запоминающих устройств ЭВМ позволяет решать разнообразные задачи, используя методы статистического моделирования.

Методы статистического моделирования, ставшие уже классическими в задачах теории переноса в последнее время получили интенсивное развитие в самых различных областях науки и техники Большой интерес к статистическому моделированию вызван рядом причин, которые можно условно разделить на два класса. С одной стороны, все большее распространение получает статистическое описание тех или иных сложных физических процессов, в связи с чем методы статистического моделирования на ЭВМ становятся естественным инструментом исследования, например, в таких областях, как статистическая физика, теория турбулентности, физику -химическая кинетика и ряде других.

С другой стороны, при решении краевой задачи методом Монте-Карло решение записывается в виде математического ожидания некоторой случайной величины . Пусть независимые реализации случайной величины . Тогда в силу закона больших чисел среднее при сходится с вероятностью 1 к . Центральная предельная теорема позволяет получить доверительный интервал для , если .

Для решения многих классических задач математической физики известен ряд вероятностных представлений. Однако они не всегда непосредственно приводят к простому монте-карловскому алгоритму решения задачи. Можно считать, что линейные задачи переноса представляют здесь в известном смысле исключение из общего правила, которому подчиняются многие задачи математической физики и в частности краевые задачи для эллиптических параболических уравнений. Наличие глубокой связи между дифференциальными уравнениями и случайными процессами требует всестороннего ее изучения и открывает перспективу создания новых эффективных численных методов для решения практических задач. Такая связь известна уже давно и вначале хорошо развитая теория дифференциальных уравнений широко использовалась в теории вероятностей.

Так А.Н. Колмогоров [1] показал в 1931 г., что переходная функция - вероятность того, что броуновская частица, вышедшая из точки , через время попадает в множество удовлетворяет некоторому параболическому дифференциальному уравнению. По мере своего развития аппарат теории вероятностей стал с успехом применяться при исследовании краевых задач.

Вероятностные представления решений краевых задач в виде континуальных интегралов могут служить основой для вычислений по методу Монте-Карло, однако в связи с ориентацией этого метода на численную реализацию часто целесообразнее построить другую статистическую модель, реализация которой на ЭВМ проще и эффективнее.

Следует отметить один недостаток метода: он не позволяет добиться очень высокой точности, поскольку его трудоемкость для достижения погрешности имеет, как правило, порядок . Однако он имеет и ряд достоинств, поэтому его все чаще применяют на практике, когда требуемая точность несколько процентов.

Сравнение метода статистического моделирования для решения краевых задач известными сеточными методами позволяет говорить о следующих преимуществах первого:

- простота и физическая наглядность;

- возможность решения задач без существенных упрощений; (могут быть решены задачи со сложной многомерной геометрией и с учётом физических эффектов, которыми приходится пренебрегать при использовании других методов)

- возможность оценивания отдельных функционалов без запоминания таблиц решения в целом;

- возможность эмпирической оценки погрешности результатов при достаточно широких предположениях;

- возможность параллельного прослеживания независимых траекторий на многопроцессорных ЭВМ, алгоритм естественным образом распараллеливается.

Следуя работе И.М. Соболя [2], величину принято называть трудоёмкостью, где - время ЭВМ, затрачиваемое в среднем на вычисление одного значения случайной величины - дисперсия случайной величины - эффективность избранного алгоритма моделирования. Количество вычислительной работы пропорционально величине . Задача уменьшения величины относится к простейшей схеме, связанной с независимыми испытаниями и ограниченностью дисперсии. Кроме того, при решении задачи большую роль играет простота алгоритма и другие факторы, которые не учитывают критерий .

В заключении отметим, что предположенный в статье метод можно использовать для конкретных задач, к которому будет посвящена отдельная статья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ:

1. N. Kolmogoroff . Über die analytischen Methoden in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Mathematische Annalen, December 1931, Volume 104, Issue 1, pp 415–458.

2. Соболь И. М. Численные методы Монте-Карло.- М.: Главная редакция физико-математической литературы изд-ва «Наука», 1973.

3. Shermatova X. M., Komilova Z. X. Axborot kommunikatsion texnologiyalar va ta’lim jarayonlarini modellashtirish. 228 b. – 2022.
4. Komilova Z.X. Ta‘limda axborot texnologiyalari.1-qism. O‘quv qo‘llanma. Farg‘ona. 2023.