

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОБЛАКО

И. З. Меражов

Азиатский международный университет

Преподаватель кафедры «Общетехнические науки»

Аннотация: В этой статье обсуждается одна гидродинамическая математическая модель облака разработанная с помощью искусственного интеллекта.

Атмосферная гидродинамика изучает движение воздуха в атмосфере, применяя принципы гидродинамики к атмосферным процессам. Это включает анализ ветров, циркуляции, образование облаков и другие явления, влияющие на климат и погоду. [1].

Математические модели формирования дождя в облаках включают уравнения, описывающие физические процессы в атмосфере. Одна из основных моделей — это теория Купмана, которая объясняет конденсацию водяного пара в капли воды и их последующий рост. Эта теория учитывает параметры, такие как насыщенность воздуха водяным паром, размеры частиц, температура и давление.

Другие модели включают учет электрических зарядов в облаках, влияние ядерных частиц на образование капель, и различные параметры, характеризующие микрофизику облаков. Эти модели помогают понять и предсказывать условия для образования дождя в атмосфере.

Электрические заряды в облаках играют важную роль. Модели учитывают электрическую активность, приводящую к образованию заряженных частиц внутри облака. Электрические силы могут влиять на коагуляцию капель, и это в свою очередь может повлиять на процессы образования дождя. Весь этот комплекс взаимодействующих факторов требует сложных математических моделей для полного понимания и прогнозирования динамики облаков и осадков.

Моделирование электрических зарядов в облаках включает систему уравнений, описывающих процессы электрической активности в атмосфере. Одним из основных уравнений является уравнение неравновесного распределения заряда, описывающее, как заряд распределяется между частицами в облаке.

Дополнительно, модели могут включать уравнения, описывающие зарядовые диссоциации, коагуляцию частиц и электрическое взаимодействие между ними. Эти уравнения взаимодействуют с уравнениями, описывающими гидродинамические и термодинамические процессы в атмосфере, чтобы создать комплексную модель образования дождя в электрически активных облаках.

Уравнения гидродинамики с учетом объемного заряда могут быть расширением обычных уравнений Навье-Стокса для несжимаемого ионизированного газа. Эти уравнения будут включать дополнительные члены, связанные с электрическим полем и объемным зарядом.

1. Уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

2. Уравнение движения:

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v} + \rho \mathbf{g} + \rho \mathbf{E}$$

где: - ρ - плотность газа, - \mathbf{v} - вектор скорости, - p - давление, - μ - динамическая вязкость, - \mathbf{g} - ускорение свободного падения, - \mathbf{E} - вектор электрического поля, - σ - тензор напряжений.

Добавлены члены, связанные с электрическим полем (\mathbf{E}) и объемным зарядом. Также, возможно, потребуется уравнение для электрического поля, например, уравнение Максвелла:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\epsilon_0}$$

0

где ρ_e - объемный заряд, ϵ_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума.

Для линеаризованного анализа сжимаемой жидкости с учетом объемного заряда можно использовать уравнения Эйлера и уравнение состояния в линеаризованной форме.

Закон сохранения массы:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0$$

Уравнение Эйлера для движения сжимаемой жидкости без учета вязкости имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\rho_0} - \frac{\nabla \Phi}{\rho_0} + \frac{\mathbf{E}}{\rho_0}$$

где: - ρ - локальная плотность, - \mathbf{v} - вектор локальной скорости, - p - давление, - ρ_0 - плотность в покое, - Φ - потенциал гравитационного поля, - \mathbf{E} - вектор электрического поля.

Уравнение состояния для сжимаемой жидкости в линеаризованной форме:

$$p = c_s^2 \rho$$

где c_s - скорость звука в среде.

Добавление объемного заряда (ρ_e) может быть выполнено с использованием уравнения Пуассона:

$$\nabla^2 \Phi = -\frac{\rho_e}{\epsilon}$$

ε

где ϵ - диэлектрическая проницаемость.

Эти уравнения представляют собой основу для линеаризованной модели сжимаемой жидкости с учетом объемного заряда.

Для учета конденсации пара воды в модели с учетом объемного заряда добавим уравнение для изменения концентрации водяного пара. Предположим, что конденсация происходит в условиях, близких к термодинамическому равновесию. Также, для упрощения, предположим, что вода находится в насыщенном состоянии при текущей температуре и давлении.

Уравнение для концентрации водяного пара (q):

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)q = Q_{\text{конд}}$$

где: - $Q_{\text{конд}}$ - скорость конденсации.

Теперь модель включает в себя уравнения движения, уравнение непрерывности, уравнение состояния, уравнение Пуассона для электрического потенциала и уравнение для концентрации водяного пара. Важно отметить, что конкретные формы и параметры уравнений могут зависеть от конкретного контекста и условий исследования.

Давайте линеаризуем добавленное уравнение концентрации водяного пара в модели:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)q = Q_{\text{конд}}$$

Линеаризация в предположении малых отклонений ($q' \ll 1$)

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla)q' = Q_{\text{конд}}$$

где q' - отклонение от равновесного значения концентрации водяного пара.

Теперь, интегрируя это уравнение по времени, можно получить линеаризованное уравнение концентрации водяного пара в зависимости от времени и пространства.

Линеаризация уравнений движения и уравнения состояния может быть выполнена при условии малых отклонений от состояния покоя. Предположим, что все переменные имеют вид $A = A_0 + A'$, где A_0 - состояние покоя, а A' - малые отклонения.

Линеаризованное уравнение движения:

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla)\mathbf{v}' = -\frac{\nabla p'}{\rho_0} - \nabla \Phi' + \frac{\mathbf{E}'}{\rho_0}$$

где: - \mathbf{v}' - отклонение от скорости состояния покоя, - \mathbf{v}_0 - скорость состояния покоя, - p' - отклонение от давления состояния покоя, - Φ' - отклонение от

потенциала гравитационного поля, - \mathbf{E}' - отклонение от вектора электрического поля.

1. Линеаризованное уравнение состояния:

$$p' = c_s^2 \rho'$$

где: - c_s - скорость звука в среде, - ρ' - отклонение от плотности состояния покоя.

Эти линеаризованные уравнения являются результатом ряда предположений о малых отклонениях и предполагают линейные взаимосвязи между переменными.

Добавим линеаризованный вид уравнений непрерывности и уравнения Пуассона для электрического потенциала:

2. Линеаризованное уравнение непрерывности:

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}') = 0$$

где ρ' - отклонение от плотности состояния покоя.

3. Линеаризованное уравнение Пуассона для электрического потенциала:

$$\nabla^2 \Phi' = - \frac{\rho'}{\epsilon}$$

где Φ' - отклонение от потенциала гравитационного поля, ρ' - отклонение от объ-

емного заряда, ϵ - диэлектрическая проницаемость.

Эти линеаризованные уравнения, вместе с уравнениями движения и состояния, представляют собой комплексную систему уравнений, учитывающих малые отклонения от равновесного состояния.

Давайте рассмотрим линеаризованное уравнение движения и линеаризованное уравнение состояния для получения волновых уравнений.

1. Линеаризованное уравнение движения:

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) \mathbf{v}' = - \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \nabla \Phi' + \frac{\mathbf{E}'}{\rho_0}$$

1. В предположении, что волны малы и распространяются с малой скоростью, можем пренебречь нелинейными членами, получая:

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} = - \frac{\nabla p'}{\rho_0} - \nabla \Phi' + \frac{\mathbf{E}'}{\rho_0}$$

2. Линеаризованное уравнение состояния:

$$p' = c_s^2 \rho'$$

Подставим p' из уравнения состояния в уравнение движения:

$$\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial t} = - \frac{2 \nabla \rho'}{\rho_0} - \nabla \Phi' + \frac{\mathbf{E}'}{\rho_0}$$

3. Уравнение для конденсации:

$$\frac{\partial q'}{\partial t} + (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) q' = Q_{\text{конд}}$$

Линеаризуем это уравнение:

$$\frac{\partial q'}{\partial t} = -(\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) q' + Q_{\text{конд}}$$

Также, можно интегрировать это уравнение по времени, чтобы получить отклонение концентрации водяного пара в зависимости от времени и пространства.

Уравнение конденсации линеаризованном виде:

$$\frac{\partial q'}{\partial t} = -(\mathbf{v}_0 \cdot \nabla) q' + Q_{\text{конд}}$$

Дальнейшая цель этой работы состоит в том, чтобы составить гиперболическую систему уравнений этой модели облака, и затем провести ряд численных расчётов с целью корректировать эту систему уравнений с реальной ситуацией.

Литература

- [1] - Holton, J.R., and Hakim, G.J. (2012). An Introduction to Dynamic Meteorology (5th Edition). Academic Press.
- Wallace, J.M., and Hobbs, P.V. (2006). Atmospheric Science: An Introductory Survey (2nd Edition). Academic Press.
- [1] - Emanuel, K.A. (1994). Atmospheric Convection. Oxford University Press.
- [2] - Smagorinsky, J. (1963). General Circulation Experiments with the Primitive Equations: I. The Basic Experiment. Monthly Weather Review, 91(3), 99-164.
- [3] - Kessler, E. (1969). On the Distribution and Continuity of Water Substance in Atmospheric Circulations. Meteorological Monographs, Volume 10, Number 32.

- [4] - Thompson, G., Rasmussen, R.M., and Manning, K. (2004). Explicit Forecasts of Winter Precipitation Using an Improved Bulk Microphysics Scheme. Part I: Description and Sensitivity Analysis. *Monthly Weather Review*, 132(2), 519-542.
- [5] - Morrison, H., Curry, J.A., and Khvorostyanov, V.I. (2005). A New Double-Moment Microphysics Parameterization for Application in Cloud and Climate Models. Part I: Description. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 62(6), 1665-1677.
- [6] - Skamarock, W.C., et al. (2008). A Description of the Advanced Research WRF Version 3. NCAR Technical Note, NCAR/TN-475+STR.
- [7] - Chen, F., and Dudhia, J. (2001). Coupling an Advanced Land Surface–Hydrology Model with the Penn State–NCAR MM5 Modeling System. Part I: Model Implementation and Sensitivity. *Monthly Weather Review*, 129(4), 569-585.