

Latipova Shahnoza Salim qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti
“Umumtexnik fanlar” kafedrası o’qituvchisi
slatipova543@gmail.com

MATRITSALARNING IQTISODIY TATBIQLARI

ANNOTATSIYA: Matritsa – satrlar va ustunlar shaklida joylashtirilgan sonlar jadvali bo‘lib, ma’lum bir ma’nodan son tushunchasini umumlashdiradi. Matritsalar matematikaning ham nazariy, ham amaliy (jumladan iqtisodiy mazmunli) masalalarida keng qo‘llaniladi. Matritsalar ustida ularni songa ko‘paytirish, o‘zaro qo‘shish, ayirish va ko‘paytirish kabi algebraik amallar aniqlangan. Bunda hosil bo‘ladigan matritsalar algebrasidagi ko‘paytirish amalining o‘ziga xos xususiyati shundan iboratki, u kommutativlik qonuniga bo‘ysunmaydi.

Kalit so‘zlar. Tayanch iboralar

Matritsa * Matritsa tartibi * Matritsa elementi * To‘rtburchakli matritsa

* Kvadrat matritsa * Ustun matritsa * Satr matritsa * Teng matritsalar.

MATRITSALAR VA ULAR USTIDA AMALLAR.

1.1. Matritsalar va ularning turlari. Matritsa bir qator matematik va iqtisodiy masalalarni yechishda juda ko‘p qo‘llaniladigan tushuncha bo‘lib, uning yordamida bu masalalar va ularning yechimlarini sodda hamda ixcham ko‘rinishda ifodalanadi.

1-TA’RIF: m ta satr va n ta ustundan iborat to‘g‘ri to‘rtburchak shaklidagi $m \cdot n$ ta sondan tashkil topgan jadval $m \times n$ tartibli **matritsa**, uni tashkil etgan sonlar esa **matritsaning elementlari** deb ataladi.

Matritsalar A, B, C, \dots kabi bosh harflar bilan, ularning i -satr va j -ustunida joylashgan elementlari esa odatda a_{ij}, b_{ij}, c_{ij} kabi mos kichik harflar bilan belgilanadi. Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1.2 \\ 0 & 7.5 & -1 \end{pmatrix}$$

matritsa 2×3 tartibli, ya’ni 2 ta satr va 3 ta ustun ko‘rinishidagi $2 \cdot 3 = 6$ ta sondan tashkil topgan. Uning 1-satr elementlari $a_{11} = 1, a_{12} = -3, a_{13} = 1.2$ va 2-satr

elementlari $a_{21} = 0, a_{22} = 7.5, a_{23} = -1$ sonlardan iborat. Bu matritsaning 1-ustuni $a_{11} = 1$ va $a_{21} = 0$, 2-ustuni $a_{12} = -3$ va $a_{22} = 7.5$, 3-ustuni esa $a_{13} = 1.2$ va $a_{23} = -1$ elementlardan tuzilgan.

Agar biror A matritsaning tartibini ko‘rsatishga ehtiyoj bo‘lsa, u $A_{m \times n}$ ko‘rinishda yoziladi va umumiy holda

$$A_{m \times n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

yoki qisqacha $A_{m \times n} = (a_{ij})$ ko‘rinishda ifodalanadi.

2-TA'RIF: $A_{m \times n}$ matritsada $m = n \neq 1$ bo'lsa, u **kvadrat matritsa**, $m \neq n$ ($m \neq 1, n \neq 1$) bo'lsa **to'g'ri burchakli matritsa**, $m=1, n \neq 1$ holda **satr matritsa** va $m \neq 1, n=1$ bo'lganda **ustun matritsa** deb ataladi.

$A_{n \times n}$ kvadrat matritsa qisqacha A_n kabi belgilanadi va n -tartibli kvadrat matritsa deyiladi.

Masalan, xalq xo'jaligining n ta tarmoqlari orasidagi o'zaro mahsulot ayirboshlash $A_n = (a_{ij})$ kvadrat matritsa yordamida ifodalanadi. Bunda a_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$ va $i \neq j$) i -tarmoqda ishlab chiqarilgan mahsulotning j -tarmoq uchun mo'ljallangan miqdorini, a_{ii} ($i=1, 2, \dots, n$) esa i -tarmoqning o'zi ishlab chiqargan mahsulotga ehtiyojini bildiradi.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, $m=1$ va $n=1$ bo'lganda $A_{1 \times 1}$ matritsa bitta sonni ifodalaydi va shu sababli ma'lum bir ma'noda matritsa son tushunchasini umumlashtiradi.

3-TA'RIF: A va B matritsalar bir xil tartibli va ularning mos elementlari o'zaro teng bo'lsa, ya'ni $a_{ij} = b_{ij}$ shart bajarilsa, ular **teng matritsalar** deyiladi.

A va B matritsalarining tengligi $A=B$ yoki $(a_{ij}) = (b_{ij})$ ko'rinishda belgilanadi. Masalan, ixtiyoriy $a \neq 0$ soni uchun

$$A = \begin{pmatrix} a+a & a-a \\ a:a & a a \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2a & 0 \\ 1 & a^2 \end{pmatrix}$$

matritsalar o'zaro teng, ya'ni $A = B$ bo'ladi.

4-TA'RIF: $A = \{a_{ij}\}$ matritsada $i=j$ bo'lgan a_{ii} elementlar **diagonal elementlar** deb ataladi.

Masalan, yuqorida ko'rilgan $A_{2 \times 3}$ matritsaning diagonal elementlari $a_{11}=1$ va $a_{22}=7.5$ bo'ladi.

5-TA'RIF: Diagonal elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo'lgan ($a_{ij}=0, i \neq j$) kvadrat matritsa **diagonal matritsa** deyiladi.

Diagonal matritsaning diagonal elementlari nolga ham teng bo'lishi mumkin.

Masalan,

$$A_2 = A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B_3 = B_3 = \begin{pmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

diagonal matritsalar bo'ladi.

6-TA'RIF: Barcha diagonal elementlari $a_{ii}=1$ bo'lgan n -tartibli diagonal matritsa n -tartibli birlik matritsa yoki qisqacha **birlik matritsa** deyiladi.

Odatda n -tartibli birlik matritsa E_n yoki qisqacha E kabi belgilanadi. Masalan,

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad E_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mos ravishda ikkinchi va uchinchi tartibli birlik matritsalaridir.

7-TA'RIF: Barcha elementlari nolga teng ($a_{ij}=0$) bo'lgan ixtiyoriy $m \times n$ tartibli matritsa **nol matritsa** deyiladi.

$m \times n$ tartibli nol matritsa $O_{m \times n}$ yoki qisqacha O kabi belgilanadi. Masalan,

$$O_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad O_{3 \times 2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad O_{3 \times 3} = O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ko'rsatilgan tartibli nol matritsalar bo'ladi.

1.2. Matritsalar ustida amallar. Endi matritsalar ustida algebraik amallar kiritib, matritsalar algebrasini hosil etamiz.

8-TA'RIF: Ixtiyoriy tartibli $A_{m \times n} = (a_{ij})$ matritsaning istalgan λ songa ko'paytmasi deb $C_{m \times n} = \{\lambda a_{ij}\}$ kabi aniqlanadigan matritsaga aytiladi.

Bunda A matritsaning λ songa ko'paytmasi λA deb belgilanadi. Masalan,

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 & -1 \\ 0 & 2 & 7 \end{pmatrix} \quad 6A = \begin{pmatrix} 6 \cdot 5 & 6 \cdot 4 & 6 \cdot (-1) \\ 6 \cdot 0 & 6 \cdot 2 & 6 \cdot 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 30 & 24 & -6 \\ 0 & 12 & 42 \end{pmatrix}$$

9-TA'RIF: Bir xil tartibli $A_{m \times n} = (a_{ij})$ va $B_{m \times n} = (b_{ij})$ **matritsalar yig'indisi** deb elementlari $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ kabi aniqlanadigan $C_{m \times n} = (c_{ij})$ matritsaga aytiladi.

Bunda A va B matritsalarining yig'indisi $A+B$ ko'rinishda belgilanadi va ularning mos elementlarini qo'shish orqali hisoblanadi. Masalan,

$$A = A_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = B_{2 \times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

matritsalar uchun

$$A + B = \begin{pmatrix} 5+1 & 3+0 & -1+1 \\ 0+2 & 7+(-3) & 2+4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Matritsalarini songa ko'paytirish va o'zaro qo'shish amallari quyidagi qonunlarga bo'ysunishi bevosita ularning ta'riflaridan kelib chiqadi:

- I. $A+B=B+A$ (qo'shish uchun kommutativlik qonuni);
- II. $A+(B+C) = (A+B)+C$ (qo'shish uchun assotsiativlik qonuni);
- III. $\lambda(A+B) = \lambda A + \lambda B$, $(\lambda + \mu)A = \lambda A + \mu A$ (distributivlik qonuni)

Bundan tashqari yuqoridagi ta'riflar orqali bu amallar ushbu xossalarga ham ega bo'lishini ko'rsatish qiyin emas:

$$A + O = A, \quad A+A=2A, \quad 0 \cdot A = O, \quad \lambda \cdot O = O.$$

10-TA'RIF: Bir xil tartibli $A_{m \times n} = (a_{ij})$ va $B_{m \times n} = (b_{ij})$ **matritsalar ayirmasi** deb $A_{m \times n}$ va $(-1) B_{m \times n}$ matritsalarining yig'indisiga, ya'ni $A_{m \times n} + (-1)B_{m \times n}$ matritsaga aytiladi.

Bunda A va B matritsalarining ayirmasi $A-B$ ko‘rinishda belgilanadi va ularning mos elementlarini o‘zaro ayirish orqali hisoblanadi. Masalan,

$$A = A_{2 \ 3} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & -1 \\ 0 & 7 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = B_{2 \ 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix},$$

matritsalar uchun

$$A - B = \begin{pmatrix} 5-1 & 3-0 & -1-1 \\ 0-2 & 7-(-3) & 2-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 & -2 \\ -2 & 10 & -2 \end{pmatrix}.$$

1.3. Matritsalarining iqtisodiy tatbiqlari. Ushbu mavzu nihoyasida matritsalarining iqtisodiy ma’nosi va tatbiqlarini ifodalovchi misollar keltiramiz.

1-misol. Xalq xo‘jaligining tarmoqlari o‘rtasida ayrim ishlab chiqarish resurslarining taqsimoti quyidagi jadval orqali berilgan bo‘lsin (umumiy hajmga nisbatan foiz hisobida, raqamlar shartli):

Resurslar	Xalq xo‘jaligi tarmoqlari		
	Sanoat	Qishloq xo‘jaligi	Boshqa tarmoqlar
1. Yoqilg‘i	45	30	25
2. Elektr energiyasi	53	27	20
3. Mehnat resurslari	38	21	41
4. Suv resurslari	40	48	12

Bu jadvalni matritsa yordamida quyidagi qulay ko‘rinishda ifodalash mumkin:

$$A_{4 \ 3} = \begin{pmatrix} 45 & 30 & 25 \\ 53 & 27 & 20 \\ 38 & 21 & 41 \\ 40 & 48 & 12 \end{pmatrix}$$

Bu yozuvda A matritsaning har bir elementi aniq iqtisodiy ma’noga ega. Masalan, $a_{11}=45$ va $a_{21}=53$ sanoat tarmoqlari yoqilg‘ining 45 foizini va elektr energiyasining 53 foizini iste’mol qilishini ko‘rsatadi; $a_{22}=27$ qishloq xo‘jaligi elektr energiyasining 27 foizini sarflashini, $a_{33}=41$ esa mehnat resurslarining 41 foizi boshqa tarmoqlarda band ekanligini ifodalaydi va hokazo.

2-Misol. Korxonalar M_1, M_2, M_3 va M_4 kabi belgilangan 4 xil mahsulot ishlab chiqaradi. Bu mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun 3 xil S_1, S_2 va S_3 xom ashyolardan foydalaniladi. Bunda a_{ij} ($i=1,2,3,4; j=1,2,3$) orqali M_i mahsulot birligini ishlab chiqarish uchun S_j xom ashyo qancha birlik sarflanishini belgilab, mahsulotlar birligini ishlab chiqarish uchun xom ashyolar sarfi me’yorini ushbu $A_{4 \times 3}=(a_{ij})$ matritsa orqali ifodalaymiz:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} .$$

Bunda M_i ($i=1,2,3,4$) mahsulotlarni ishlab chiqarish rejasini ifodalovchi C satr va S_j ($j=1,2,3$) xom ashyo birligining bahosini ko'rsatuvchi B ustun matritsalar quyidagicha bo'lsin:

$$C = (90 \quad 110 \quad 80 \quad 100), \quad B = \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} .$$

Bu holda CA matritsalar ko'paytmasi mavjud va u rejalangan mahsulotlarni ishlab chiqarish uchun sarflanadigan S_1 , S_2 va S_3 xom ashyolar miqdorini ifodalovchi quyidagi D satr matritsadan iboratdir:

$$D = C \cdot A = \begin{pmatrix} 90 & 110 & 80 & 100 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} = (1210 \quad 730 \quad 1150).$$

Demak biz ishlab chiqarish rejasini bajarishimiz uchun S_1 , S_2 va S_3 xom ashyolardan mos ravishda 1210, 730 va 1150 birlik miqdorda ega bo'lishimiz kerak.

Xom ashyo miqdorini ifodalovchi topilgan D matritsani xom ashyo birligi bahosini ko'rsatuvchi B matritsaga ko'paytmasi DB ham mavjud va u bizga zarur miqdordagi xom ashyolarni sotib olish xarajatimizni determinant sondan iborat bo'ladi:

$$DB = \begin{pmatrix} 1210 & 730 & 1150 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} = 1210 \cdot 7 + 730 \cdot 4 + 1150 \cdot 5 = 17140.$$

Foydalanilgan adabiyotlar ro'yhati:

1. Latipova, S. (2024). YUQORI SINIF GEOMETRIYA MAVZUSINI O'QITISHDA YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR VA METODLAR. SINKVEYN METODI, VENN DIAGRAMMASI METODLARI HAQIDA. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 3(3), 165-173.
2. Latipova, S. (2024, February). SAVOL-JAVOB METODI, BURCHAKLAR METODI, DEBAT (BAHS) METODLARI YORDAMIDA GEOMETRIYANI O'RGANISH. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 2, pp. 25-33).
3. Latipova, S., & Sharipova, M. (2024). KESIK PIRAMIDA MAVZUSIDA FOYDALANILADIGAN YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR. 6X6X6 METODI, BBB (BILARDIM, BILMOQCHIMAN, BILIB OLDIM) METODLARI HAQIDA. Current approaches and new research in modern sciences, 3(2), 40-48.

4. Latipova, S. (2024). 10-11 SINFLARDA STEREOMETRIYA OQITISHNING ILMIY VA NAZARIY ASOSLARI. Академические исследования в современной науке, 3(6), 27-35.
5. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). THERMODYNAMICS OF LIVING SYSTEMS. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 303–308.
6. Muxtaram Boboqulova Xamroyevna. (2024). QUYOSH ENERGIYASIDAN FOYDALANISH . TADQIQOTLAR.UZ, 34(2), 213–220.
7. Xamroyevna, M. B. (2024). Klassik fizika rivojlanishida kvant fizikasining orni. Ta'limning zamonaviy transformatsiyasi, 6(1), 9-19.
8. Xamroyevna, M. B. (2024). ELEKTRON MIKROSKOPIYA USULLARINI TIBBIYOTDA AHAMIYATI. PEDAGOG, 7(4), 273-280.
9. Boboqulova, M. X. (2024). FIZIKANING ISTIQBOLLI TADQIQOTLARI. PEDAGOG, 7(5), 277-283.23. Xamroyevna, M. B. (2024). RADIATION NURLARNING INSON ORGANIZMIGA TASIRI. PEDAGOG, 7(6), 114-125.
10. Бобокулова Мухтарам. (2024). Альтернативные источники энергии и их использование. Междисциплинарный журнал науки и техники, 2 (9), 282-291.
11. Usmonov Firdavs. (2024). MINERAL ENRICHMENT PROCESSES. МЕДИЦИНА, ПЕДАГОГИКА И ТЕХНОЛОГИЯ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА, 2(9), 250–260
12. Jalilov, R., Latipov, S., Aslonov, Q., Choriyev, A., & Maxbuba, C. (2021, January). To the question of the development of servers of real-time management systems of electrical engineering complexes on the basis of modern automation systems. In CEUR Workshop Proceedings (Vol. 2843).
13. Otajonova Sitorabonu. (2024). ПРИМЕНЕНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ТРИГОНОМЕТРИИ При РЕШЕНИИ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. МЕДИЦИНА, ПЕДАГОГИКА И ТЕХНОЛОГИЯ: ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА, 2(9), 292–304.
14. Вакаева Мехринисо. (2024). ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВИРТУАЛЬНЫХ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ И ИХ ПРЕИМУЩЕСТВА. Многопрофильный журнал науки и технологий, 2(9), 174–183.
15. Djuraevich, A. J. (2021). Zamonaviy ta'lim muhitida raqamli pedagogikaning o'rni va ahamiyati. Евразийский журнал академических исследований, 1(9), 103-107.
16. Ashurov, J. D. (2024). TA'LIM JARAYONIDA SUN'IY INTELEKTNI QO'LLASHNING AHAMIYATI. PEDAGOG, 7(5), 698-704.
17. Djo'rayevich, A. J. (2024). THE IMPORTANCE OF USING THE PEDAGOGICAL METHOD OF THE "INSERT" STRATEGY IN INFORMATION TECHNOLOGY PRACTICAL EXERCISES. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 4(3), 425-432.
18. Ashurov, J. D. (2024). AXBOROT TEXNOLOGIYALARI VA JARAYONLARNI MATEMATIK MODELLASHTIRISH FANINI O 'QITISHDA INNOVATSION YONDASHUVGA ASOSLANGAN METODLARNING AHAMIYATI. Zamonaviy fan va ta'lim yangiliklari xalqaro ilmiy jurnal, 2(1), 72-78.
19. Ashurov, J. (2023). OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA "RADIOFARMATSEVTIK PREPARATLARNING GAMMA TERAPIYADA QO 'LLANILISHI" MAVZUSINI "FIKR, SABAB, MISOL, UMUMLASHTIRISH (FSMU)" METODI YORDAMIDA YORITISH. Центральноазиатский журнал образования и инноваций, 2(6 Part 4), 175-181.
20. To'raqulovich, M. O. (2024). OLIY TA'LIM MUASSASALARIDA AXBOROT KOMMUNIKASIYA TEXNOLOGIYALARI DARSLARINI TASHKIL ETISHDA ZAMONAVIY USULLARDAN FOYDALANISH. PEDAGOG, 7(6), 63-74.