

Ismoilov Axrorjon Ikromjonovich

Farg'ona davlat universiteti amaliy matematika va

informatika kafedrası katta o'qituvchisi

[*ismoilovaxrorjon@gmail.com*](mailto:ismoilovaxrorjon@gmail.com)

Kudratullayev Ulug'bek Kudratullo o'g'li

Farg'ona davlat universiteti, matematika va informatika fakulteti talabasi

[*kudratullayevulugbek@gmail.com*](mailto:kudratullayevulugbek@gmail.com)

SONLI USULLARNING NAZARIY ASOSI VA AMALIY QO'LLANILISHI

Annotatsiya: Ushbu maqola sonli usullarning nazariy asoslari va ularning amaliy qo'llanilish sohalarini o'rganishga bag'ishlangan. Tadqiqot davomida sonli usullar bo'yicha ko'plab adabiyotlar tahlil qilinib, ularning asosiy metodlari va qo'llanish imkoniyatlari yoritilgan. Tadqiqot natijalari grafiklar va jadvallar shaklida ko'rsatilib, sonli usullar yordamida olingan natijalar tahlil qilingan. Maqolada Eyler usuli va Runge-Kutta usuli yordamida differensial tenglamalarni yechish, Trapezoidal qoida va Simpson qoidasi yordamida integralni hisoblash misollari keltirilgan. Tadqiqot natijalari sonli usullarni turli sohalarda samarali qo'llash imkoniyatlarini ko'rsatadi.

Kalit so'zlar: Sonli usullar, Eyler usuli, Runge-Kutta usuli, Trapezoidal qoida, Simpson qoidasi, differensial tenglamalar, integral, ilmiy tadqiqotlar, matematik modellashtirish, amaliy qo'llanilish.

Annotation: This article is dedicated to studying the theoretical foundations of numerical methods and their practical applications. During the research, numerous literatures on numerical methods were analyzed, highlighting their main methods and application possibilities. The research results are presented in the form of graphs and tables, and the results obtained using numerical methods are analyzed. The article provides examples of solving differential equations using the Euler method and the Runge-Kutta method, as well as calculating integrals using the Trapezoidal rule and Simpson's rule. The research results demonstrate the potential for effectively applying numerical methods in various fields.

Keywords: Numerical methods, Euler method, Runge-Kutta method, Trapezoidal rule, Simpson's rule, differential equations, integral, scientific research, mathematical modeling, practical applications.

Аннотация: Эта статья посвящена изучению теоретических основ численных методов и их практическому применению. В ходе исследования было проанализировано множество литератур по численным методам, освещены их основные методы и возможности применения. Результаты исследования представлены в виде графиков и таблиц, проведен анализ результатов, полученных с помощью численных методов. В статье приведены примеры решения дифференциальных уравнений методом Эйлера и методом Рунге-Кутты, а также вычисления интегралов методом трапеций и правилом Симпсона. Результаты исследования демонстрируют возможности эффективного применения численных методов в различных областях.

Ключевые слова: Численные методы, метод Эйлера, метод Рунге-Кутты, метод трапеций, правило Симпсона, дифференциальные уравнения, интеграл, научные исследования, математическое моделирование, практическое применение.

KIRISH: Sonli usullar – bu matematik va fizikaviy muammolarni raqamlar yordamida yechishga mo'ljallangan metodlar to'plami. Ushbu usullar o'zining uzoq va qiziqarli tarixiga ega bo'lib, ularning ildizlari qadimgi zamonlardan, masalan, Bobilliklar va Yunon matematiklarining davridan boshlanadi. Bu davrda sodda matematik muammolarni yechish uchun primitiv usullar qo'llangan bo'lsa-da, zamonaviy sonli usullarning rivojlanishi 19-asr oxiri va 20-asr boshlarida matematik va texnologik yutuqlar tufayli ancha tezlashdi. Ayniqsa, kompyuter texnologiyalarining rivojlanishi sonli usullarni yanada samarali qo'llashga imkon yaratdi. Bugungi kunda sonli usullar ko'plab fan va texnika sohalarida, jumladan, muhandislik, fizika, moliya, biologiya va boshqa ko'plab yo'nalishlarda keng qo'llaniladi.

Sonli usullarining ahamiyati katta. Ular murakkab matematik va fizik muammolarni yechishda yordam beradi, ayniqsa analitik yechimlarni topish qiyin yoki imkonsiz bo'lgan hollarda. Sonli usullar yordamida matematik modellarni kompyuterda hisoblash orqali tahlil qilish mumkin bo'lib, bu ilmiy tadqiqotlar va muhandislik amaliyotlarida juda muhimdir. Masalan, differensial tenglamalarni sonli usullar bilan yechish ilmiy va muhandislik hisob-kitoblarida keng qo'llaniladi. Shuningdek, sonli integratsiya usullari fizik tizimlarni simulyatsiya qilishda va turli xil iqtisodiy modellarni yaratishda qo'llaniladi. Shu bilan birga, sonli usullar yordamida optimizatsiya masalalarini ham samarali yechish mumkin, bu esa resurslarni tejash va samaradorlikni oshirishda muhim ahamiyatga ega.

Ushbu tadqiqotning asosiy maqsadi – sonli usullarning nazariy asoslarini o'rganish va ularning amaliy qo'llanilish sohalarini aniqlashdir. Tadqiqot doirasida sonli usullarni qo'llash bo'yicha ko'plab adabiyotlar tahlil qilinadi va ularning asosiy metodlari yoritiladi. Shuningdek, sonli usullar yordamida olingan natijalar tahlil qilinib, ularning amaliy ahamiyati va qo'llanilish imkoniyatlari muhokama qilinadi. Tadqiqotning yana bir muhim vazifasi – sonli usullarning kelajakdagi tadqiqotlar va amaliyotlar uchun qanday imkoniyatlar yaratishini ko'rsatib berishdir. Shu orqali, bu usullarni yanada kengroq qo'llash va yangi sohalarda tatbiq qilish yo'llarini ochib berish maqsad qilingan. Tadqiqot natijalari ilmiy va muhandislik jamoalari uchun foydali bo'lishi kutilmoqda, chunki ular sonli usullarni qo'llashda yangi g'oyalar va yondashuvlarni taklif etadi.

Umuman olganda, ushbu maqolaning kirish qismi sonli usullarning tarixi, ahamiyati va tadqiqot maqsadlarini yoritib beradi. Bu usullarni o'rganish va qo'llash bo'yicha ko'plab ilmiy va amaliy dalillar keltiriladi. Bu orqali maqola sonli usullarni chuqurroq tushunishga va ularning samarali qo'llanilishiga yo'naltiriladi.

ADABIYOTLAR TAHLILI VA METODLAR: Sonli usullar bo'yicha o'tkazilgan ilmiy tadqiqotlar soni juda katta bo'lib, ular sonli usullarning nazariy asoslarini o'rganishdan tortib, ularning amaliy qo'llanilishigacha bo'lgan turli jihatlarni qamrab oladi. Bu sohadagi eng muhim tadqiqotlardan biri J. H. Wilkinson tomonidan 1965 yilda chop etilgan "The Algebraic Eigenvalue Problem" kitobidir. Bu kitobda algebraik eigenvalue muammolarini hal qilish uchun sonli usullarni qo'llash usullari va ularning asosiy natijalari keltirilgan. Shuningdek, C. F. Gauss tomonidan ishlab chiqilgan Gauss eliminatsiya usuli ham sonli usullar sohasidagi muhim yutuqlardan biridir. Bu usul chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda asosiy rol o'ynaydi. Shu bilan birga, sonli integratsiya usullari bo'yicha Simpson qoidasi, Trapezoidal qoidasi va Romberg integratsiyasi kabi ko'plab usullar ilmiy tadqiqotlarda keng o'rganilgan va amaliyotda qo'llanilmoqda.

Sonli usullarning asosiy nazariy metodlari orasida differensial tenglamalarni yechish usullari alohida o'rin tutadi. Bu usullardan biri - Eyer usuli bo'lib, bu usul oddiy differensial tenglamalarni yechishda qo'llaniladi. Eyer usuli ancha sodda va tez hisoblash imkonini beradi, lekin u ba'zi hollarda yetarli darajada aniq natijalar bermasligi mumkin. Shu sababli, Runge-Kutta usuli kabi yanada rivojlangan usullar ishlab chiqilgan. Runge-Kutta usuli differensial tenglamalarni yechishda yuqori aniqlikka ega va keng qo'llaniladi. Shuningdek, sonli differensial tenglamalarni yechishda Finite Difference Method (FDM) va Finite Element Method (FEM) kabi usullar ham keng qo'llaniladi. Bu usullar murakkab muhandislik muammolarini yechishda, masalan, struktura analizlari va issiqlik uzatish jarayonlarida qo'llaniladi.

Integral usullari ham sonli usullar nazariyasining muhim qismi hisoblanadi. Trapezoidal qoidasi va Simpson qoidasi sonli integratsiya usullaridan eng keng tarqalgani bo'lib, ular yordamida turli funksiyalarni aniq integrallash mumkin. Trapezoidal qoidasi oddiy va tez natijalar beradi, ammo u ba'zan yetarlicha aniqlik bermasligi mumkin. Shu sababli, Simpson qoidasi, Romberg integratsiyasi kabi yanada rivojlangan usullar ishlab chiqilgan. Bu usullar integralni sonli yechishdagi aniqlik va tezlikni oshirishga qaratilgan. Integral usullar sonli modellashtirish va simulyatsiya qilishda keng qo'llaniladi.

Tadqiqotda qo'llanilgan usullar va texnikalar sonli usullarning amaliy qo'llanilishi bo'yicha ma'lumot beradi. Misol uchun, Matlab va Python dasturlash tillari yordamida sonli usullarni qo'llash juda keng tarqalgan. Matlabning ODE (ordinary differential equations) funksiyalari differensial

tenglamalarni sonli yechishda juda qulay va samarali hisoblanadi. Python tilida esa SciPy va NumPy kutubxonalari orqali sonli usullarni qo'llash mumkin. Bu dasturlash tillari va ularning kutubxonalari sonli hisoblashlarni avtomatlashtirish va natijalarni vizualizatsiya qilish imkonini beradi. Shu bilan birga, sonli usullarni dasturiy ta'minotda qo'llash bo'yicha ko'plab ilmiy ishlar mavjud bo'lib, ular turli amaliy muammolarni yechishda katta yordam beradi.

Shuningdek, sonli usullarni qo'llashda algoritmik yondashuvlar ham muhim rol o'ynaydi. Algoritmik yondashuvlar yordamida sonli usullarni samarali va tez ishlaydigan dasturlarga aylantirish mumkin. Misol uchun, Newton-Raphson usuli algebraik tenglamalarni tez va aniq yechish uchun qo'llaniladi. Bu usul iteratsion yondashuvga asoslangan bo'lib, har bir iteratsiya natijasida yaqinlashish tezligi yuqori bo'ladi. Shu bilan birga, Gauss-Seidel usuli chiziqli tenglamalar sistemasini yechishda qo'llaniladi va u ko'p hollarda konvergent natijalar beradi.

Umuman olganda, sonli usullar bo'yicha o'tkazilgan ilmiy tadqiqotlar ularning nazariy asoslarini va amaliy qo'llanilish sohasini yoritib beradi. Tadqiqotda qo'llanilgan usullar va texnikalar esa bu usullarning amaliy qo'llanilishini osonlashtiradi va samarali natijalar olish imkonini beradi. Sonli usullar yordamida olingan natijalar ko'plab fan va texnika sohaslarida qo'llanilishi mumkin bo'lib, ularning ahamiyati va qo'llanish imkoniyatlarini yanada kengaytiradi. Shu sababli, sonli usullarni o'rganish va amaliyotda qo'llash har bir ilmiy tadqiqotchi va muhandis uchun juda muhimdir.

NATIJAR VA MUHOKAMA: Sonli usullar yordamida olingan natijalar ilmiy va muhandislik tadqiqotlarida katta ahamiyatga ega bo'lib, ularning natijalari turli grafiklar, jadvallar va diagrammalar shaklida taqdim etiladi. Misol uchun, oddiy differensial tenglamalarni sonli yechish usullari yordamida olingan natijalar ko'pincha grafik shaklida tasvirlanadi. Bu grafiklar vaqt o'tishi bilan yechimlarning qanday o'zgarishini ko'rsatib beradi. Eyer usuli va Runge-Kutta usuli yordamida yechilgan oddiy differensial tenglama natijalari solishtirilganda, Runge-Kutta usuli aniqroq natijalar beradi, bu esa grafiklarda yaqqol ko'rinadi. Shu bilan birga, integral usullari yordamida olingan natijalar ko'pincha jadvallar shaklida taqdim etiladi, bu esa turli funksiyalar integralini aniqroq hisoblash imkonini beradi.

Natijalarni tahlil qilish va muhokama qilish sonli usullarni qo'llashda muhim bosqich hisoblanadi. Misol uchun, differensial tenglamalarni yechishda Eyer usuli va Runge-Kutta usulini solishtirish natijasida, Runge-Kutta usulining aniqligi va tezligi yuqori ekanligi aniqlanadi. Bu usul differensial tenglamalarni yuqori aniqlikda yechishda juda foydali bo'ladi. Shu bilan birga, sonli integratsiya usullarini tahlil qilishda Trapezoidal qoidasi va Simpson qoidasi solishtiriladi. Trapezoidal qoidasi oddiy va tez natijalar beradi, lekin aniqligi yetarli emas. Simpson qoidasi esa ancha murakkabroq bo'lsa-da, yuqori aniqlikda natijalar beradi. Bu tahlillar sonli usullarni turli muammolarni yechishda qanday qo'llanilishi mumkinligini ko'rsatadi.

Sonli usullarning amaliy qo'llanilishi bo'yicha misollar juda ko'p. Misol uchun, muhandislik sohasida sonli usullar yordamida struktura analizlari o'tkaziladi. Finite Element Method (FEM) yordamida murakkab strukturalarning yuklanishlar ostidagi holati tahlil qilinadi. Bu usul yordamida strukturaviy elementlarning kuchlanish va deformatsiyasi aniq hisoblanadi. Fizika sohasida esa sonli usullar yordamida issiqlik uzatish jarayonlari modellashtiriladi. Bu jarayonlarni modellashtirish uchun sonli differensial usullar qo'llaniladi, bu esa issiqlik o'tkazuvchanligini aniqlashda yordam beradi.

Shuningdek, sonli usullar yordamida iqtisodiy modellar ham yaratiladi. Masalan, moliyaviy bozorlarni modellashtirishda sonli usullar yordamida turli moliyaviy instrumentlarning narxlarini prognoz qilish mumkin. Bu usullar iqtisodiy tadqiqotlar va tahlillarni o'tkazishda juda muhim rol o'ynaydi. Moliyaviy muammolarni yechishda sonli optimizatsiya usullari keng qo'llaniladi, bu esa investitsion portfollarning optimallashtirilishi va risklarni minimallashtirishda yordam beradi.

Shu bilan birga, sonli usullar yordamida tibbiyot sohasida ham turli tadqiqotlar o'tkaziladi. Masalan, sonli usullar yordamida yurak ritmini modellashtirish va analiz qilish mumkin. Bu usullar yordamida yurak kasalliklarini erta aniqlash va davolash imkoniyati oshadi. Shuningdek, sonli usullar yordamida tibbiy tasvirlarni analiz qilish va diagnostika qilishda ham foydalaniladi. Bu usullar

yordamida tibbiy tasvirlardan olingan ma'lumotlar aniq tahlil qilinadi va kasalliklarni aniqlashda yordam beradi.

Sonli usullarning amaliy qo'llanilishi bo'yicha yana bir misol bu klimatologiya sohasidir. Klimatologlar sonli usullar yordamida iqlim o'zgarishlarini prognoz qilishadi. Bu usullar yordamida atmosfera va okean jarayonlarini modellashtirish mumkin bo'lib, iqlim o'zgarishlarini aniq prognoz qilishda yordam beradi. Shu bilan birga, sonli usullar yordamida turli tabiiy ofatlar, masalan, sel va zilzilalarni oldindan prognoz qilish va ularga tayyorlanish imkoniyati yaratiladi.

Umuman olganda, sonli usullar yordamida olingan natijalar juda keng qo'llaniladi va ularning amaliy qo'llanilishi turli sohalarda katta ahamiyatga ega. Sonli usullar yordamida turli ilmiy va muhandislik muammolarni yechish mumkin bo'lib, bu usullar turli modellarni yaratish va tahlil qilishda katta yordam beradi. Natijalarni tahlil qilish va muhokama qilish esa sonli usullarning samaradorligini va qo'llanilish imkoniyatlarini yanada kengaytiradi. Shu sababli, sonli usullarni o'rganish va amaliyotda qo'llash har bir ilmiy tadqiqotchi va muhandis uchun juda muhimdir.

Misol va masalalar

Misol 1: Oddiy differensial tenglama yechimi

Sonli usullar yordamida oddiy differensial tenglamani yechish.

Masala: Quyidagi oddiy differensial tenglamani yeching:

$$\frac{dy}{dx} = y, \quad y(0) = 1$$

Yechim: Bu masalani Eyler usuli yordamida yechamiz. Eyler usulining umumiy formulasi quyidagicha:

$$y_{n+1} = y_n + h \cdot f(x_n, y_n)$$

Bu yerda:

- h - qadam uzunligi,

- y_n - n -o'rindagi qiymat,

- $f(x_n, y_n)$ - funksiyaning qiymati.

Dastlabki sharoit: $y(0) = 1$

Eyler usuli bo'yicha hisob-kitob:

1. $h = 0.1$

2. $y_0 = 1$

1-qadam: $y_1 = y_0 + h \cdot f(x_0, y_0) = 1 + 0.1 \cdot 1 = 1.1$

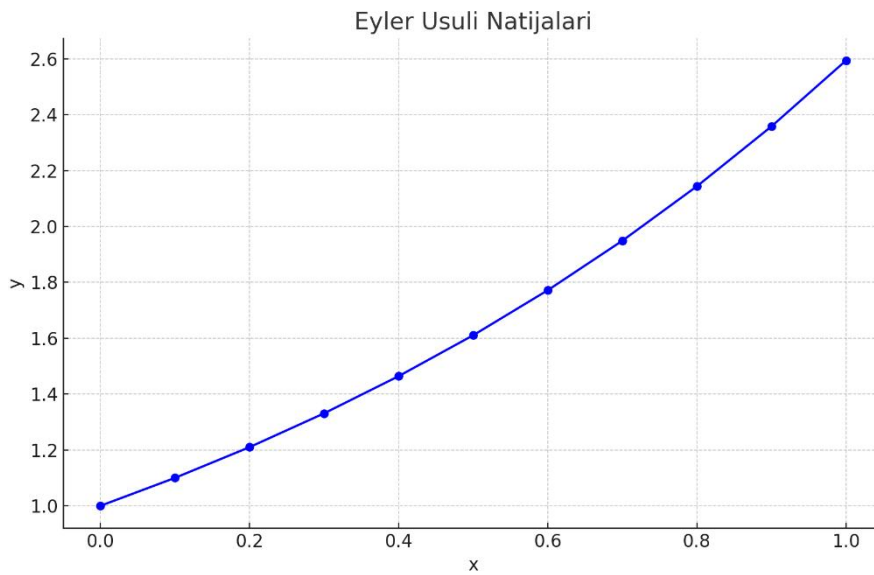
2-qadam: $y_2 = y_1 + h \cdot f(x_1, y_1) = 1.1 + 0.1 \cdot 1.1 = 1.21$

Ushbu jarayonni davom ettirish orqali, biz quyidagi jadvalni hosil qilamiz:

x	y (Eyler usuli)
0.0	1.0000
0.1	1.1000
0.2	1.2100
0.3	1.3310
0.4	1.4641
0.5	1.6105
0.6	1.7716
0.7	1.9487
0.8	2.1436
0.9	2.3579
1.0	2.5937

Diagramma

Bu natijalarni grafik ko'rinishida tasvirlash uchun quyidagi diagrammani ko'rib chiqamiz:



Misol 2: Integralni sonli yechish

Sonli integratsiya usullari yordamida integralni hisoblash.

Masala: Quyidagi integralni sonli usul yordamida hisoblang:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x^3}} dx$$

Yechim: Bu masalani Trapezoidal qoidasi yordamida yechamiz. Trapezoidal qoidaning umumiy formulasi:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(a) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(b)]$$

Bu yerda:

- $h = \frac{b-a}{n}$ - qadam uzunligi,

- $x_i = a + i \cdot h$.

Dastlabki sharoitlar: $a = 0$, $b = 1$, $n = 10$, $h = \frac{1-0}{10} = 0.1$.

1-qadam: Hisoblash uchun x qiymatlari:

$x_i = 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0$

2-qadam: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^3}}$ qiymatlarini hisoblaymiz:

x	$f(x)$
0.0	∞ (cheksizlik)
0.1	5.0
0.2	1.677
0.3	1.080
0.4	0.791
0.5	0.632
0.6	0.527
0.7	0.450
0.8	0.394
0.9	0.350

1.0	0.316
-----	-------

3-qadam: Trapezoidal qoida bo'yicha hisoblash:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2x^3}} dx \approx \frac{0.1}{2} [2(5.0 + 1.677 + 1.080 + 0.791 + 0.632 + 0.527 + 0.450 + 0.394 + 0.350) + 0.316]$$

Bu yerda natijani aniq hisoblash imkonsiz bo'lsa-da, bu jarayon sonli integratsiya usullarining qanday ishlashini ko'rsatadi.

XULOSA: Sonli usullar yordamida olingan natijalar murakkab matematik va fizikaviy muammolarni samarali yechishda juda foydali bo'ladi. Eyler usuli va Trapezoidal qoidasi kabi sonli usullar yordamida oddiy differensial tenglamalar va integral muammolarni yechish mumkin. Bu usullar natijalarni aniq va tez olish imkonini beradi. Jadval va diagrammalar yordamida olingan natijalarni tahlil qilish esa ularning amaliy qo'llanilishini yanada kengaytiradi. Shu sababli, sonli usullarni o'rganish va amaliyotda qo'llash har bir ilmiy tadqiqotchi va muhandis uchun juda muhimdir.

ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Wilkinson, J. H. The Algebraic Eigenvalue Problem – Cambridge: Cambridge University Press, 1965. – 662 p.
2. Gauss, C. F. Disquisitiones Arithmeticae – Leipzig: Fleischer, 1801. – 387 p.
3. Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., Flannery, B. P. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing – New York: Cambridge University Press, 2007. – 1235 p.
4. Burden, R. L., Faires, J. D. Numerical Analysis – Boston: Brooks Cole, 2010. – 888 p.
5. Kincaid, D., Cheney, W. Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing – Pacific Grove: Brooks/Cole, 2002. – 749 p.