WORLDLY KNOWLEDGE
INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN : 3030-332X IMPACT FACTOR (Research bib) – 7,293

Ismoilov Axrorjon Ikromjonovich

Farg'ona davlat unversiteti amaliy matematika va informatika kafedrasi katta o'qituvchisi

ismoilovaxrorjon@gmail.com

Nazirov A'zamjon Azizjon o'g'li

Farg'ona davlat unversiteti 2-kurs talabasi

azamjonnazirov000@gmail.com

SONLI USULLAR FANIDA INTEGRALLARNI TAQRIBIY HISOBLASH, TRAPETSIYA USULI

Annotatsiya: Ushbu maqola sonli usullar fanida integrallarni taqribiy hisoblashning turli usullarini o'rganadi va bu usullarning matematik modelini, amaliy qo'llanilishini hamda C# dasturlash tilida ulardan foydalanish misollarini taqdim etadi. Maqola Trapetsiya usulini qanday ishlanishi va Simpson, Monte Carlo usullariga C# tilida taqqoslash dasturlaridan iborat va Trapetsiya usulning qo'llanilishi yoritiladi, shuningdek, usulning matematik asosi va amaliyotda qanday qo'llanilishi haqida tushuncha beradi.

Kalit so'zlar: Sonli usullar, Integrallash, Taqribiy hisoblash, Trapetsiya usuli, Simpson usuli, C# dasturlash, Matematik analiz, Aniq integrallar, Tasodifiy namunalar, Parabolik interpolatsiya, Dasturlash tillari, Ilmiy tadqiqotlar, Muhandislik loyihalari,Ta'lim dasturlari.

Annotation: This article explores the various methods of approximating integrals in numerical methods and provides a mathematical model of these methods, practical applications, and examples of their use in the C# programming language. The article consists of C# programs comparing how the Trapezium method works and Simpson, Monte Carlo methods, and the use of the Trapezium method, as well as an understanding of the mathematical basis of the method and how it is used in practice.

Keywords: Numerical methods, Integration, Approximation, Trapezium method, Simpson's method, C# programming, Mathematical analysis, Definite integrals, Random samples, Parabolic interpolation, Programming languages, Scientific research, Engineering projects, Educational programs.

Аннотация:В этой статье исследуются различные методы аппроксимации интегралов в численных методах и приводятся математическая модель этих методов, практические приложения и примеры их использования на языке программирования C#. Статья состоит из программ на C#, сравнивающих работу метода Трапеции и методов Симпсона, Монте-Карло и использование метода Трапеции, а также понимание математической основы метода и того, как он используется на практике.

Ключевые слова: Численные методы, Интегрирование, Приближение, Метод трапеций, Метод Симпсона, Программирование на C#, Математический анализ, Определенные интегралы, Случайные выборки, Параболическая интерполяция, Языки программирования, Научные исследования, Инженерные проекты, Образовательные программы.

Kirish: Integrallash - bu matematikada va amaliy fanlarda keng qo'llaniladigan asosiy tushunchalardan biridir. Fizika, muhandislik, iqtisodiyot va biologiya kabi sohalarda ko'plab muammolar integrallar yordamida ifodalanadi va yechiladi. Biroq, ko'p hollarda integrallarni aniq yechish mumkin emas yoki juda murakkab bo'ladi. Shu sababli, integrallarni taqribiy hisoblash usullari keng tarqalgan va bu usullar sonli analiz sohasining muhim qismidir.

Sonli integratsiya usullaridan foydalanish integrallarni hisoblashda aniq yechimlarga yaqin qiymatlarni topish imkonini beradi. Ushbu maqola Trapetsiya,Simpson va Monte Carlo usullarini tahlil qiladi va ularning C# dasturlash tilida qo‘llanilishi yuzasidan amaliy misollar keltiradi.

Trapetsiya usuli, integrallarni taqribiy hisoblashning eng oddiy va ko'p ishlatiladigan usullaridan biridir. Ushbu usul, funksiya grafikini trapetsiyalar bilan yaqinlashtirish orqali ishlaydi.

Trapezsiyalar formulasi: f(x) funksiyasining $\int_b^a f(x)dx$ integralini taqribiy hisoblash uchun, avvalo [a,b] segmentini

$$a = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = b$$

nuqtalar yordamida n ta teng bo'lakka bo'linadi. So'ng har bir $[x_k,x_{k+1}]$ (k=0,1,2,...,n−1) bo'yicha integralni quyidagicha

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x)dx \approx \frac{f(x_k) + f(x_{k+1})}{2}(x_{k+1} - x_k)$$

(k=0,1,2,...,n−1) taqribiy hisoblanadi. Natijada ushbu

$$\int_b^a f(x)dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x)\,dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)\,dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x)\,dx \approx \frac{f(x_0)+f(x_1)}{2}(x_1 - x_0) + \frac{f(x_2)+f(x_1)}{2}(x_2 - x_1) + \dots += \frac{f(x_{n-1})+f(x_n)}{2}(x_n - x_{n-1}) = \frac{b-a}{2}\left[\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2} + f(x_2) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})\right]$$

Formulaga kelamiz. Demak, (1) trapetsiyalar formualsi deyiladi

$$\int_b^a f(x)\,dx \approx \frac{b-a}{2}\left[\frac{f(x_0)+f(x_n)}{2} + f(x_2) + f(x_1) + \dots + f(x_{n-1})\right] \qquad (1)$$

1-misol

Funksiya: $f(x) = x$

Oraliq:[1,0]

Segmentlar soni: $n = 4$

Segment uzunligi: $\Delta x = \frac{b-a}{n} = \frac{1-0}{4} = 0.25$

Segmentlarni hisoblash:

- $x_0 \quad = 0 \text{ da } f(x_0) = 0^2 = 0$
- $x_0 \quad = 0.25 \text{ da } f(x_1) = 0.25^2 = 0.0625$
- $x_0 \quad = 0.5 \text{ da } f(x_2) = 0.5^2 = 0.25$
- $x_0 \quad = 0.75\text{da } f(x_3) = 0.75^2 = 0.5625$
- $x_0 \quad = 1 \text{ da } f(x_4) = 1^2 = 1$

Bunga misol jadval korinishida ham korib yechamiz.

Trapetsiya usulini qo'llash:

- $I \approx \frac{\Delta x}{2}[f(x_0)+2f(x_1)+2f(x_2)+2f(x_3)+f(x_4)]$

- I≈$\frac{0.25}{2}$ [0+2(0.0625)+2(0.25)+2(0.5625)+1]
- I≈$\frac{0.25}{2}$ [0+0.125+0.5+1.125+1]
- I≈$\frac{0.25}{2}$ [2.75]
- I≈0.34375

Aniqlangan integralning taqribiy qiymati $\int_0^1 f(x)dx$ ≈0.34375 hisoblanadi, bu usul orqali integrallarni hisoblashning aniqligi va samaradorligini ko'rsatadi.

2-misol. $I = \int_0^6 (x^2+3)dx$ integralni taqribiy (trapetsiyalar formulasi yordamida) hisoblang (n=6). $[0;6]$ oraliqni 6 teng qismga bo'lamiz:

x_i	0	1	2	3	4	5	6
y_i	3	4	7	12	19	28	39

$h = \frac{b-a}{n} = \frac{6-0}{6} = 1$ trapetsiyalar formulasi asosida:

$$I = h\left(\frac{y_0 + y_6}{2} + \sum_{i=1}^{5} y_i\right) = \frac{3+39}{2} + (4+7+12+19+28) = 21 + 70 = 91$$

C# da Trapetsiya usulini Simpson va Monte Carlo usullari bilan taqqoslash

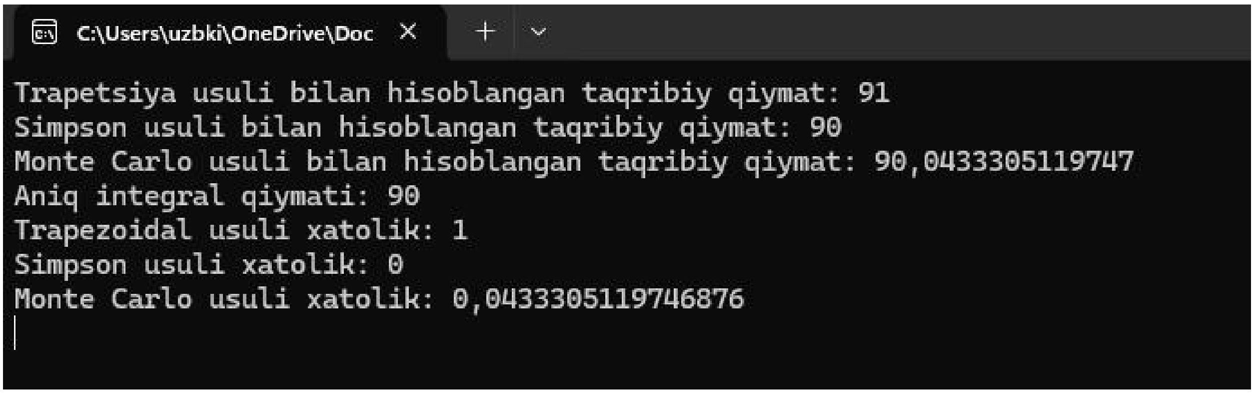
Quyidagi dastur C# tilida yozilgan bo'lib, $x^2 + 3$ funksiyasining [0,6] oraliqda integralini trapetsiya usulini Simpson va Monte Carlo usullari bilan taqqoslab taqribiy hisoblaydi va hisoblangan taqribiy qiymatni aniq integral qiymati bilan taqqoslaydi. Dastur shuningdek, hisoblangan taqribiy qiymat va aniq qiymat orasidagi xatolikni ham ko'rsatadi.

```
using System;
namespace nazirov777
{
   class Program
   {
      // Funksiyani aniqlash
      static double Funksiya(double x)
      {
         return x * x + 3;  // x^2 + 3 funksiyasi
      }
      // Trapetsiya usuli
      static double TrapetsiyaUsul(double a, double b, int n)
      {
         double h = (b - a) / n;
         double summa = (Funksiya(a) + Funksiya(b)) / 2.0;
         for (int i = 1; i < n; i++)
         {
```

```
            double x = a + i * h;
            summa += Funksiya(x);
        }
        return summa * h;
    }
    // Simpson usuli
    static double SimpsonUsul(double a, double b, int n)
    {
        if (n % 2 != 0) n++;
        double h = (b - a) / n;
        double sum = Funksiya(a) + Funksiya(b);
        for (int i = 1; i < n; i++)
        {
            double x = a + i * h;
            sum += Funksiya(x) * (i % 2 == 0 ? 2 : 4);
        }
        return sum * h / 3;
    }
    // Monte Carlo usuli
    static double MonteCarloUsul(double a, double b, int samples)
    {
        Random rng = new Random();
        double sum = 0.0;
        for (int i = 0; i < samples; i++)
        {
            double x = a + (b - a) * rng.NextDouble();
            sum += Funksiya(x);
        }
        return (b - a) * sum / samples;
    }
    static void Main()
    {
        double a = 0, b = 6;
        int n = 6, samples = 100000;
        double taqribiyNatijaTrapezoidal = TrapetsiyaUsul(a, b, n);
        double taqribiyNatijaSimpson = SimpsonUsul(a, b, n);
        double taqribiyNatijaMonteCarlo = MonteCarloUsul(a, b, samples);
        double aniqNatija = (Math.Pow(b, 3) / 3 + 3 * b) - (Math.Pow(a, 3) / 3 + 3 * a);
        Console.WriteLine("Trapetsiya usuli bilan hisoblangan taqribiy qiymat: " + taqribiyNatijaTrapezoidal);
        Console.WriteLine("Simpson usuli bilan hisoblangan taqribiy qiymat: " + taqribiyNatijaSimpson);
        Console.WriteLine("Monte Carlo usuli bilan hisoblangan taqribiy qiymat: " + taqribiyNatijaMonteCarlo);
        Console.WriteLine("Aniq integral qiymati: " + aniqNatija);
        Console.WriteLine("Trapezoidal usuli xatolik: " + Math.Abs(aniqNatija - taqribiyNatijaTrapezoidal));
        Console.WriteLine("Simpson usuli xatolik: " + Math.Abs(aniqNatija - taqribiyNatijaSimpson));
        Console.WriteLine("Monte Carlo usuli xatolik: " + Math.Abs(aniqNatija - taqribiyNatijaMonteCarlo));
```

```
            Console.ReadKey();
        }
    }
}
```

Natija:



Afzalliklari va Yutuqlari

1. **Oddiyligi va tushunarli algoritmi:** Trapetsiya usuli juda oddiy va tushunarli algoritmga ega, bu uni dasturlashda oson amalga oshirish imkonini beradi. Bu usulni tushunish va uni ta'limiy maqsadlarda ishlatish uchun ajoyib variant hisoblanadi.

2. **Yaxshi aniqlik past darajali polinomlar uchun:** Agar integrallanayotgan funksiya past darajali polinom yoki qisqa oralig'ida chiziqli xulosa qilish mumkin bo'lgan funksiya bo'lsa, Trapetsiya usuli yaxshi aniqlikni ta'minlaydi.

3. **Tezkor hisoblash:** Kichik segmentlar soni bilan, ushbu usul yuqori tezlikda hisob-kitob qilish imkonini beradi, bu esa oddiy hisob-kitoblarda tez natijalarga erishishni osonlashtiradi.

4. **Amaliy qo'llanilishi:** Trapetsiya usuli, turli amaliy sohalarda, masalan muhandislik, iqtisodiyot va tabiiy fanlar kabi sohalarda qo'llaniladi.

Kamchiliklari

1. **Cheklangan aniqlik:** Trapetsiya usuli yuqori darajali egri chiziqlar yoki keskin o'zgaruvchan funksiyalar uchun mos kelmaydi, chunki u faqat segmentning boshida va oxirida funksiya qiymatlarini oladi va oraliq nuqtalarni e'tiborsiz qoldiradi.

2. **Segmentlar soniga bog'liqlik:** Aniqlik segmentlar soniga juda bog'liq. Ko'p segmentlar aniqlikni oshiradi, ammo bu hisob-kitoblarning murakkabligini va vaqt talabini ham oshiradi. Segmentlar sonini optimallashtirish zarur bo'lganda, ushbu usulni sozlash va uning natijalarini baholash qiyinlashishi mumkin.

3. **Yuqori egri chiziqlarda samarasiz:** Egri chiziqlar yoki funksiyaning tez o'zgaruvchan qismlarida Trapetsiya usuli samarasiz bo'lishi mumkin, chunki u faqat segmentning ikki nuqtasidagi qiymatlarni hisobga oladi va bu oraliqdagi o'zgarishlarni e'tiborsiz qoldiradi.

Xulosa: Integrallarni taqribiy hisoblash sonli usullar yordamida amalga oshirilishi, matematik va ilmiy tadqiqotlar hamda muhandislik loyihalari uchun katta ahamiyatga ega. Ushbu usullar matematik modellar va haqiqiy dunyo muammolari o'rtasidagi bog'liqlikni aniqroq tushunishga yordam beradi.

Maqolada ko'rib chiqilgan Trapetsiya, Simpson va Monte Carlo usullari kabi metodlar, turli xil muammolarni yechishda keng qo'llaniladi va ularning samaradorligi dasturlashda juda muhimdir. Har bir usul o'ziga xos xususiyatlarga ega bo'lib, ularning tanlanishi muammoning tuzilishi va talab qilinadigan aniqlik darajasiga bog'liq. C# dasturlash tili bu usullarni amalga oshirish uchun keng imkoniyatlar yaratib beradi, bu esa dasturchilarga turli xil ilovalar uchun moslashuvchan yechimlar ishlab chiqish imkonini beradi. Shuningdek, bu usullar o'qituvchilar va tadqiqotchilar uchun ta'lim va ilmiy ishlarida qo'llanma sifatida xizmat qilishi mumkin. Sonli usullar orqali integrallarni taqribiy hisoblashning o'rganilishi, matematik ta'limning asosiy qismlaridan biri bo'lib qolmoqda va bu bilimlar kelajakda yanada rivojlanishi kutilmoqda.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. **Steven C. Chapra and Raymond P. Canale**, "Numerical Methods for Engineers," 7th Edition, McGraw-Hill Education, 2014.Bu kitob sonli usullarni amaliyotda qo'llash va muhandislik muammolarini hal qilish uchun asosiy qo'llanma hisoblanadi.
2. **Richard L. Burden and J. Douglas Faires**, "Numerical Analysis," 9th Edition, Brooks/Cole, 2010.Sonli tahlilning keng qamrovli kitobi, integratsiya va differentsial usullarni o'z ichiga oladi.
3. **Jaan Kiusalaas**, "Numerical Methods in Engineering with Python 3," Cambridge University Press, 2013.Bu kitobda muhandislikda sonli usullarni Python dasturlash tili yordamida qo'llash yoritiladi.
4. **Kendall E. Atkinson**, "An Introduction to Numerical Analysis," 2nd Edition, John Wiley & Sons, 1989.Sonli analizga kirish, matematik asoslari va usullarini o'z ichiga oladi.
5. **William H. Press et al.**, "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing," 3rd Edition, Cambridge University Press, 2007.Ilmiy hisoblash uchun keng qamrovli qo'llanma, sonli usullar va ularning dasturiy qo'llanilishi bilan.
6. **Endre Süli and David F. Mayers**, "An Introduction to Numerical Analysis," Cambridge University Press, 2003.Sonli tahlilning asosiy konseptsiyalari va usullari haqida batafsil ma'lumot beradi.
7. **Josef Stoer and Roland Bulirsch**, "Introduction to Numerical Analysis," 3rd Edition, Springer, 2002.Sonli analizga kirish, uning matematik asoslari va amaliy qo'llanilishiga oid keng qamrovli kitob.
8. **David Kincaid and Ward Cheney**, "Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing," 3rd Edition, Brooks Cole, 2001.Ilmiy hisob-kitoblar uchun matematik yondashuvlar va sonli analiz usullari.
9. **F.B. Hildebrand**, "Introduction to Numerical Analysis," 2nd Edition, Dover Publications, 1987.Sonli tahlilning klassik metodlari, jumladan turli integratsiya usullari.
10. **Gerald, Curtis F., and Patrick O. Wheatley**, "Applied Numerical Analysis," 7th Edition, Pearson, 2003.Amaliy sonli tahlil, muhandislik va ilmiy masalalarni yechish uchun sonli usullarni qo'llash.