

TRANSPORT MASALASI

Husanov Farrux Oltinboyevich

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

Oliy matematika kafedrası v.b. dotsenti

husanovfarrux7@gmail.com

Abdullayev Sirojiddin Qobilovich

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti Talabasi

Sirojiddinabdullayev04@gmail.com

Raxmatov Azizibek Izzatovich

Samarqand iqtisodiyot va servis instituti Talabasi

azizizraaz@gmail.com

Annotatsiya:Maqolada oliy matematika sohasidagi Transport masalasi haqida va uni yechilish usullari haqida umumiy ma'lumot berilgan.

Annotation:General information about the Transportation problem in the field of higher mathematics and its solution methods is provided in the article.

Аннотация:В статье предоставлена общая информация о транспортной задаче в области высшей математики и методах ее решения.

Kalit so'zlar:transport masalasi, punktlar, fo'rmla, minimallar usuli, potensiallar usuli.

Keywords:Transportation problem, nodes, formula, method of minimums, method of potentials.

Ключевые слова:Транспортная задача, узлы, формула, метод минимумов, метод потенциалов.

Yuk zaxiralari a_1, a_2, \dots, a_m bo'lgan m ta jo'natish punkti, yukka bo'lgan talab b_1, b_2, \dots, b_n bo'lgan n ta qabul punktlari berilgan bo'lib, jo'natish punktlaridan qabul punktlariga birlik yukni tashish harajatlari $c_{ij}, i = 1 \dots m; j = 1 \dots, n$ bo'lsin. Bu yerda i - jo'natish punkti nomeri, j - qabul punkti nomerini bildiradi. Umumiy yuk tashish xarajatlari quyidagi formula orqali beriladi:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$$

Bu yerda x_{ij} - i nomerli jo'natish punktidan j nomerli qabul punktiga tashiladigan yuk hajmi. Yuk tashish harajatlarini iloji boricha kamaytirish uchun z funktsiyaning minimumini hisoblaymiz:

$$z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} = \min$$

Yuqoridagi masala jadval ko'rinishida quyidagicha ifodalanadi:

Qabul punktlari Jo'natish punktlari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari
1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	a_1
2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	a_2
...
m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mn}	a_m
Yukka bo'lgan talab	b_1	b_2	...	b_n	

Yuk tashishni shunday tashkil etish kerakki, jo'natish punktlaridagi barcha yuk olib chiqib ketilishi va qabul punktlaridagi yukka bo'lgan talab to'liq qondirilishi kerak. Bu talabni quyidagi ko'rinishda ifodalaymiz:

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} &= a_1 \\
 x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} &= a_2 \\
 \dots & \\
 x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} &= a_m
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
 x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} &= b_1 \\
 x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} &= b_2 \\
 \dots & \\
 x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} &= b_n
 \end{aligned}
 \tag{3}$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

(4) munosabat bajarilsa, transport masalasi yopiq masala deyiladi va masalani yechishga kirishish mumkin. Agar (4) shart bajarilmasa, masala ochiq deyiladi. Ochiq masalani yechish uchun u yopiq masalaga keltiriladi. Masalan,

$$\sum_{i=1}^m a_i > \sum_{j=1}^n b_j$$

bo'lsin. Ushbu masalani yopiq masalagi keltirish uchun yukka bo'lgan talabi $b_{n+1} = a_i \ m \ i=1 - b_j \ n \ j=1$ bo'lgan qo'shimcha qabul punkti tuziladi. Ushbu punkt uchun birlik yukni tashish xarajatlarini 0 ga teng deb olamiz: $c_{1,1} = c_{2,n+1} = \dots = c_{m,n+1} = 0$. Natijada quyidagi yopiq masalani hosil qilamiz.

Qabul punktlari Jo'natish punktlari	1	2	...	n	n+1	Yuk zaxiralari
1	x_{11}	$c_{11} \ x_{12}$...	x_{1n}	$c_{1n} \ x_{1,n+1}$	0 a_1
2	x_{21}	$c_{21} \ x_{22}$...	x_{2n}	$c_{2n} \ x_{2,n+1}$	0 a_2
...
m	x_{m1}	$c_{m1} \ x_{m2}$...	x_{mn}	$c_{mn} \ x_{m,n+1}$	0 a_m
Yukka bo'lgan talab	b_1	b_2	...	b_n	b_{n+1}	

Agar $a_i \ m \ i=1 < b_j \ n \ j=1$ bo'lsa, yuk zaxiralari $a_{m+1} = b_j \ n \ j=1 - a_i \ m \ i=1$ bo'lgan qo'shimcha jo'natish punkti tuziladi va yuqoridagi kabi yopiq masalagi keltiriladi. Transport masalasini yechish ikki bosqichda olib boriladi: 1) Birinchi bosqichda (2)-(3) shartlarni qanoatlantiruvchi boshlang'ich $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ yechim topiladi. Boshlang'ich rejani topishning bir necha usullari bo'lib, ularga shimoliy-g'arb usuli, minimal element usuli va boshqalar kiradi. Shimoliy-g'arb usulida (1,1) katak tanlab olinib, $x_{11} = \min(a_1, b_1)$ deb olinadi. Agar $\min a_1, b_1 = a_1$ bo'lsa, bu 1-jo'natish punktidagi barcha yuk 1 -qabul punktiga yuborilishini, 1- jo'natish punktidan qolgan qabul punktlariga yuk yuborilmasligini bildiradi. Shuning uchun a_1 joylashgan satrdagi boshqa kataklarga minus qo'yiladi. 1- qabul punktidagi yukka bo'lgan talab $b_1 \ 1 = b_1 - a_1$ bo'lib qoladi. Agar $\min a_1, b_1 = b_1$ bo'lsa, 1- qabul punktidagi yukka bo'lgan talab to'liq qondirilganligini, 1-jo'natish punktida esa $a_1 \ 1 = a_1 - b_1$ miqdor yuk qolganligini bildiradi. 1- qabul punktiga boshqa jo'natish punktlaridan yuk keltirilmaydi.

Qabul punktlari Jo'natish punktlari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari	
1	x_{11}	c_{11} x_{12}	c_{12} ...	c_{1n} x_{1n}	a_1	0
2	x_{21}	c_{21} x_{22}	c_{22} ...	c_{2n} x_{2n}	a_2	
...	
m	x_{m1}	c_{m1} x_{m2}	c_{m2} ...	c_{mn} x_{mn}	a_m	
Yukka bo'lgan talab	b_1	b_2	...	b_n		
	b_1^1					

Qabul punktlari Jo'natish punktlari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari	
1	x_{11}	c_{11} x_{12}	c_{12} ...	c_{1n} x_{1n}	a_1	b_1^1
2	x_{21}	c_{21} x_{22}	c_{22} ...	c_{2n} x_{2n}	a_2	
...	
m	x_{m1}	c_{m1} x_{m2}	c_{m2} ...	c_{mn} x_{mn}	a_m	
Yukka bo'lgan talab	b_1	b_2	...	b_n		
	0					

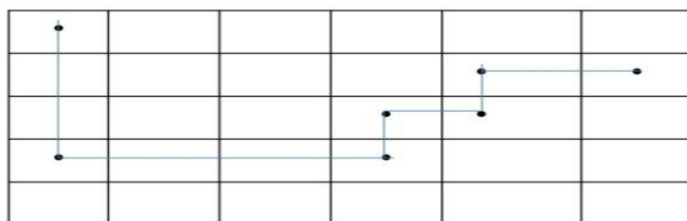
Xisoblashlarni 1-jadval bo'yicha davom ettirib, (2,1) katakka o'tamiz $x_{21} = \min(a_1, b_1^1) = b_1^1$ bo'lsin. Jadvalni yuqoridagi usul bilan to'ldirib, quyidagini hosil qilamiz:

Qabul punktlari Jo'natish punktlari	1	2	...	n	Yuk zaxiralari	
1	x_{11}	c_{11} x_{12}	c_{12} ...	c_{1n} x_{1n}	a_1	0
2	x_{21}	c_{21} x_{22}	c_{22} ...	c_{2n} x_{2n}	a_2	a_2^1
...	
m	x_{m1}	c_{m1} x_{m2}	c_{m2} ...	c_{mn} x_{mn}	a_m	
Yukka bo'lgan talab	b_1	b_2	...	b_n		
	b_1^1					

Shu tariqa hisoblashlarni jadvalning quyi o'ng bo'rchagigacha davom ettirib, jadvadagi barcha x_{ij} , $i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ larni aniqlaymiz. Bunda (2)-(3) shartlar bajarilishi kerak. Masalaning ikkinchi bosqichida boshlang'ich reja asosida (1) shartni qanoatlantiruvchi optimal yechim topiladi. Optimal yechimni topishning potentsiallar, taqsimot kabi bir necha usullari mavjud bo'lib, biz potentsiallar usulini qarab chiqamiz. Ushbu usulni qarashdan oldin hisoblash jarayonida ishlatiladigan ayrim tushunchalar bilan tanishamiz. Jadvaldagi ixtiyoriy nuqtalar to'plami nabor deyiladi.

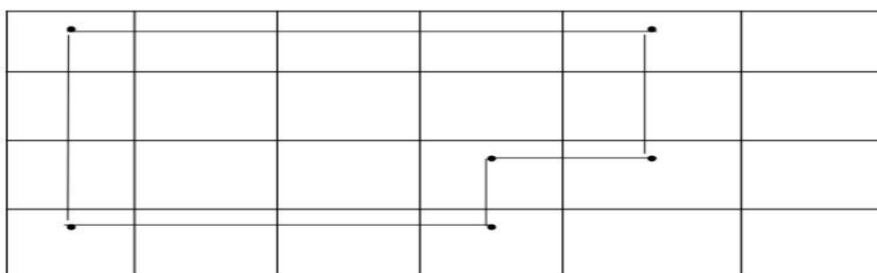
•					
		•		•	•
			•		
	•				
					•

Naborni tashkil qiluvchi nuqtalar har bir qatorda ikkitadan oshib ketmasa, bunday nabor zanjir deyiladi.



13

Agar zanjir yopiq bo'lsa, u sikl deyiladi.



Agar jadvaldagi ta nuqtalar to'plami sikl tashkil qilmasa, ularga bitta nuqta qo'shish orqali sikl hosil qilsak, bunday ta nuqtalar to'plami atsiklik rejani tashkil qiladi deyiladi. ••••• Agar transport masalasida $x_{ij} > 0$ bo'lsa, (i,j) katak belgilangan katak deyiladi. Agar transport masalasida barcha kataklar uchun $v_j - u_i \leq c_{ij}$ (5) shartni, belgilangan kataklar uchun esa $v_j - u_i = c_{ij}$ shartni qanoatlantiruvchi $v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$ sonlari mavjud bo'lsa, $x_{ij}, i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$ reja optimal bo'ladi. $v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$ sonlari esa potentsiallar deyiladi. Transport masalasini potentsiallar usulida yechish quyidagi tartibda bajariladi: 1) Belgilangan kataklar uchun $v_j - u_i = c_{ij}, v_j, j = 1, 2, \dots, n; u_i, i = 1, 2, \dots, m$, shartni qanoatlantiruvchi tenglamalar sistemasi tuziladi. Bunda tenglamalar soni o'zgaruvchilar sonidan bitta kam bo'lgani uchun sistema cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi. Sistemaning bitta xususiy yechimini topib, potentsiallar qiymatini aniqlaymiz; 2) Belgilanmagan kataklar uchun $v_j - u_i \leq c_{ij}$ shartni tekshiramiz. Agar ushbu shart barcha kataklar uchun bajarilsa, optimal yechim topilgan

hisoblanadi va $z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij}x_{ij}$ funksiya qiymati hisoblanadi; 3) Agar $v_j - u_i \leq c_{ij}$ shart bir nechta kataklar uchun bajarilmasa, Ushbu kataklar uchun $\delta_{ij} = v_j - u_i - c_{ij}$ ayirma hisoblanadi va $\delta_{i0j0} = \max_{i,j} \delta_{ij}$ topiladi; 4) $(i0j0)$ katak belgilangan kataklar qatoriga qo'shiladi va belgilangan kataklardan sikl tuziladi; 5) $(i0j0)$ katakdan boshlab siklni tashkil qiluvchi kataklarga "-" va "+" ishoralari navbat bilan qo'yilib chiqiladi; 6) "-" ishorali kataklar uchun $\theta = \min(x_{ij})$ ni aniqlaymiz; 7) "-" ishorali kataklardan θ ni ayirib, "+" ishorali kataklarga θ ni qo'shamiz; 8) θ joylashgan katakni belgilangan kataklar qatoridan chiqazamiz. Natijada yangi planni hosil qilamiz va bu plan uchun (1)-(7) amallarni takrorlaymiz. Yuqoridagi hisoblashlar barcha kataklar uchun $v_j - u_i \leq c_{ij}$ shart bajarilib, optimal plan topilguncha davom ettiriladi.

Potensiallar usulining algoritmi quyidagilardan iborat: 1. Shimoliy - g'arb burchak yoki minimal harajatlar usulini qo'llab boshlang'ich tayanch reja (birinchi bazisli yechim) topiladi. 2. Ishlab chiqaruvchilar va iste'molchilarning potensiallari hisoblanadi (u va v - lar). 3. c'_{ij} - bilvosita tariflar topiladi. 4. Hamma $c'_{ij} - c_{ij}$ ayirmalar hisoblaniladi. 1) Agar $c'_{ij} - c_{ij} \leq 0$ bo'lsa, tuzilgan reja optimal reja bo'ladi va bu rejaga asosan transport harajatlari hisoblanadi. 2) $c'_{ij} - c_{ij} > 0$ bo'lsa u vaqtda bularning ichidan $\max\{(c'_{ij} - c_{ij}) > 0\}$ - ni topib olib bu zanjirni yaxshilaymiz. Ya'ni yangi bazisli o'zgaruvchi x_{ij} - ni kiritamiz yangi tayanch reja tuzamiz.

Foydalanilgan badiiy adabiyotlar:

1. F. L. Hitchcock (1941) "The distribution of a product from several sources to numerous localities", MIT Journal of Mathematics and Physics 20:224-230
2. A. Schrijver (2012), "On the History of the Transportation and Maximum Flow Problems", Documenta Mathematica, Extra Volume ISMP (2012) 169-180.
3. Hamdy A.Taha."Operations Research: An Introduction",Prentice Hall, 7 editions 5, USA,2006.