Latipova Shahnoza Salim qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti
"Umumtexnik fanlar" kafedrasi o'qituvchisi
slatipova543@gmail.com

FUNKSIYA VA U BILAN BOG'LIQ TUSHUNCHALAR. AYRIM FUNKSIYALARNING IQTISODIY TATBIQLARIGA DOIR MASALALAR

ANNOTATSIYA: Funksiya deyilganda turli o'zgaruvchi miqdorlar orasidagi bog'lanishning matematik ifodasi tushuniladi. Funksiyalar analitik, jadval, grafik va ta'rif usullarida berilishi mumkin. Funksiyalar u yoki bu xususiyatlariga qarab monoton, juft-toq, davriy, chegaralangan va chegaralanmagan kabi ko'rinishlarda bo'lishi mumkin.

Funksiya tushunchasi iqtisodiy tadqiqotlarda ham keng qo'llaniladi. Bularga x daromad va y iste'mol orasidagi bog'lanishni ifodalovchi Tornkvist funksiyalarini misol sifatida ko'rsatish mumkin. Kelgusida iqtisodiy mazmunli boshqa funksiyalar bilan ham tanishamiz.

Kalit so'zlar.* O'zgarmas miqdorlar * O'zgaruvchi miqdorlar * Funksiya * Aniqlanish sohasi * Qiymatlar sohasi * Funksiya grafigi * O'suvchi (kamaymoqchi) funksiya.

Asosiy elementar funksiyalar * Elementar funksiyalar * Tornkvist funksiyalari

1. Funksiya va u bilan bog'liq tushunchalar. Atrofimizdagi turli jarayonlarni matematik usullarda tadqiqot qilayotganimizda o'zgarmas va o'zgaruvchi miqdorlarga duch kelamiz.

1-TA'RIF: Faqat bitta sonli qiymat qabul qiladigan kattaliklar **o'zgarmas miqdorlar** deyiladi.

Masalan, yorug'lik tezligi c, erkin tushish tezlanishi g, aylana uzunligini uning diametriga nisbati π, izotermik jarayonlarda harorat t^0 o'zgarmas miqdorlardir.

2-TA'RIF: Turli sonli qiymatlar qabul qila oladigan kattaliklar **o'zgaruvchi miqdorlar** deyiladi.

Masalan, tekis harakatda v tezlik o'zgarmas miqdor bo'lib, vaqt t va bosib o'tilgan masofa s o'zgaruvchi miqdorlardir.

Biror jarayonni o'rganayotganimizda bir nechta o'zgaruvchi miqdorlar o'rtasidagi o'zaro bog'lanishlarga duch kelamiz.

Masalan, tekis harakatda tezlikni v, vaqtni t va bosib o'tilgan masofani s desak, u holda t va s o'zgaruvchilar o'zaro $s=v\cdot t$ ko'rinishda bog'langan bo'ladi. Bunday bog'lanishlarni juda ko'p keltirish mumkin va shu sababli ularni atroflicha o'rganish maqsadida funksiya tushunchasi kiritiladi.

3-TA'RIF: Agarda x o'zgaruvchining biror D sonli to'plamga tegishli har bir qiymatiga ma'lum bir qonun-qoida asosida y o'zgaruvchining biror E to'plamga tegishli yagona bir qiymati mos qo'yilgan bo'lsa, ya'ni $f : D \to E$ bo'lsa, unda y o'zgaruvchi x o'zgaruvchining **funksiyasi** deyiladi.

Biror y oʻzgaruvchi x oʻzgaruvchining funksiyasi ekanligi y=f(x) kabi belgilanadi (f harfi oʻrniga F, h, g, φ kabi boshqa harflar ham qoʻllanilishi mumkin). Bu yerda x **erkli oʻzgaruvchi yoki argument**, y esa **erksiz oʻzgaruvchi yoki funksiya** deb ataladi.

Masalan, $y=2x+3$, $y=3x^2+4x-1$, $y=2/x$, $y=5xe^x+6$ funksiyalarga misol boʻladi.

4-TA'RIF: Berilgan $f : D \to E$ funksiyada D – funksiyaning **aniqlanish sohasi**, E − **oʻzgarish yoki qiymatlar sohasi** deyiladi.

y=f(x) funksiyaning aniqlanish sohasi D{f}, qiymatlar sohasi esa E{f} kabi belgilanadi. Masalan, $f(x) = \sin\sqrt{x}$ funksiya uchun D{f}=[0,∞), E{f}=[–1,1].

Shuni ta'kidlab oʻtish lozimki, oldingi paragrafda koʻrilgan $\{a_n\}$ sonli ketma-ketlikni aniqlanish sohasi D{f}=N−natural sonlar toʻplami, qiymatlar sohasi esa $f(n)= a_n$, $n\in N$, haqiqiy sonlardan iborat funksiya deb qarash mumkin.

Matematik analiz fanida asosan funksiyalar a ular bilan bogʻliq boʻlgan tasdiqlar oʻrganiladi.

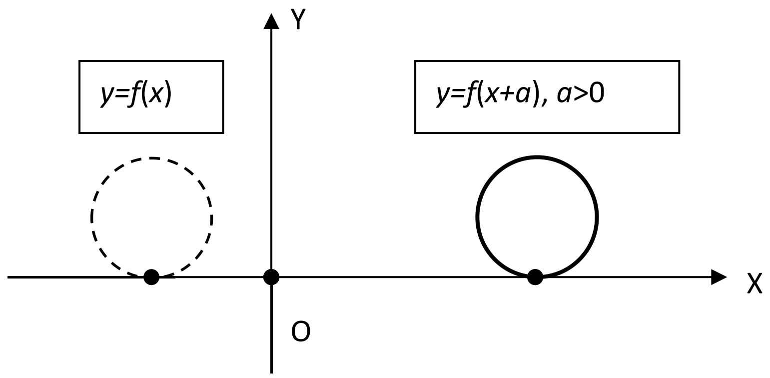
1. **Funksiya grafigi.** Funksiya haqida geometrik tasavvur hosil etish uchun uning grafigi tushunchasi kiritiladi.

5-TA'RIF: XOY koordinata tekislikdagi (x,y)=(x,f(x)), $x\in D\{f\}$, koordinatali nuqtalarning geometrik oʻrni y=f(x) funksiyaning **grafigi** deyiladi.

Masalan, $y=x^2$ funksiya grafigi paraboladan, y=cosx funksiya grafigi sinusoidadan, y=2x+5 funksiya grafigi esa toʻgʻri chiziqdan iboratdir.

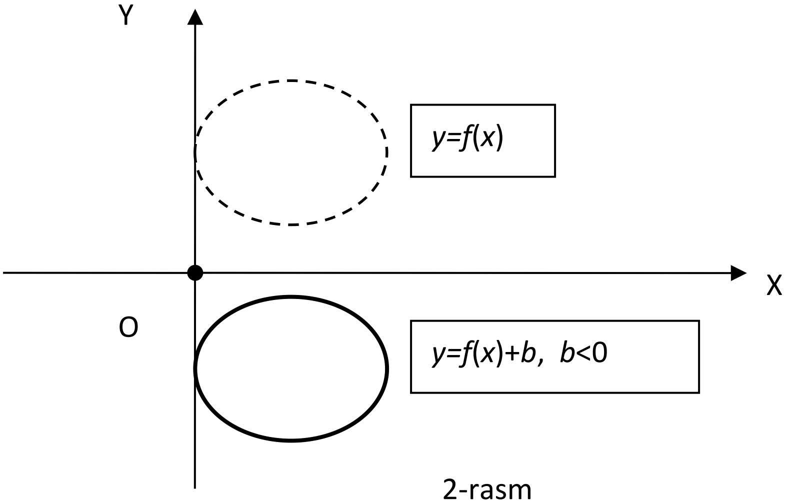
Turli masalalarni yechishda berilgan y=f(x) funksiyaning L grafigini ma'lum bir koʻrinishda oʻzgartirishga toʻgʻri keladi.

- y=f(x+a) funksiyaning grafigi L chiziqni OX oʻqi boʻyicha |a| birlik chapga (agar a>0 boʻlsa) yoki oʻngga (agar a<0 boʻlsa) parallel koʻchirishdan hosil boʻladi (1-rasmga qarang).



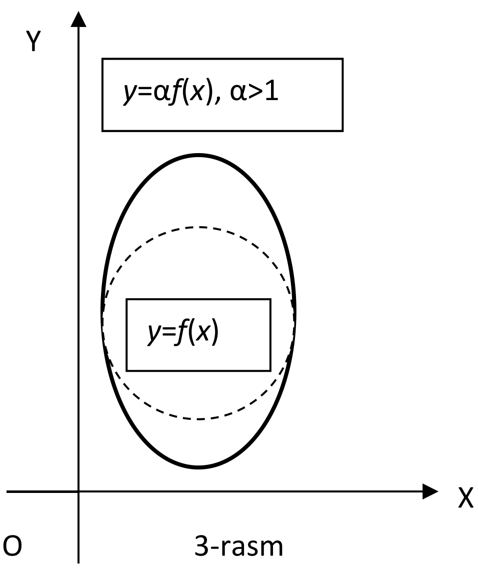
1-rasm

- y=f(x)+b funksiyaning grafigi L chiziqni OY oʻqi boʻyicha |b| birlik yuqoriga (agar b>0 boʻlsa) yoki pastga (agar b<0 boʻlsa) parallel koʻchirishdan hosil boʻladi (2-rasmga qarang). .

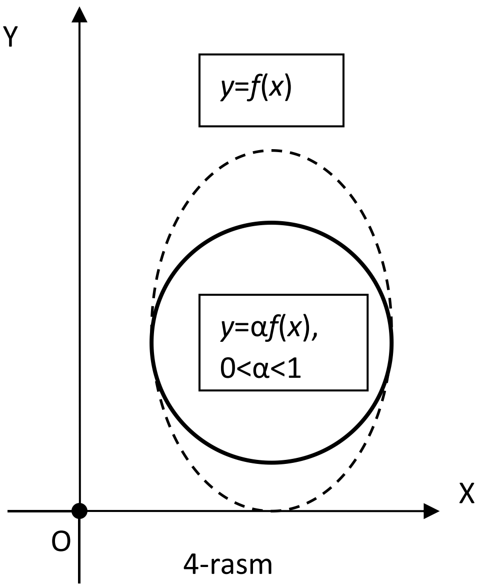


2-rasm

- y=αf(x) funksiyaning grafigi L chiziqni OY o‘qi bo‘yicha α marta cho‘zish (agar α>1 bo‘lsa, 3-rasm) yoki qisish (agar 0<α<1 bo‘lsa, 4-rasm) orqali hosil bo‘ladi. Agar α<0 bo‘lsa, unda L chiziq OX o‘qiga nisbatan simmetrik ravishda akslanadi.

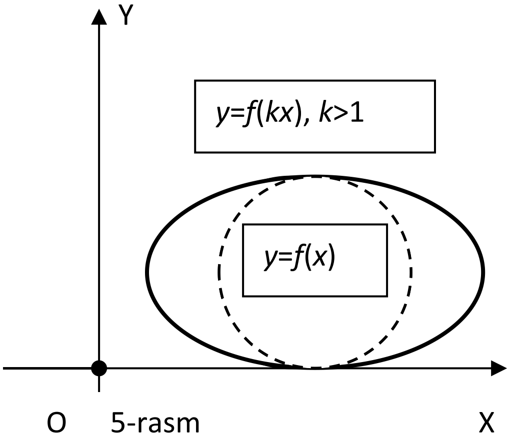


3-rasm

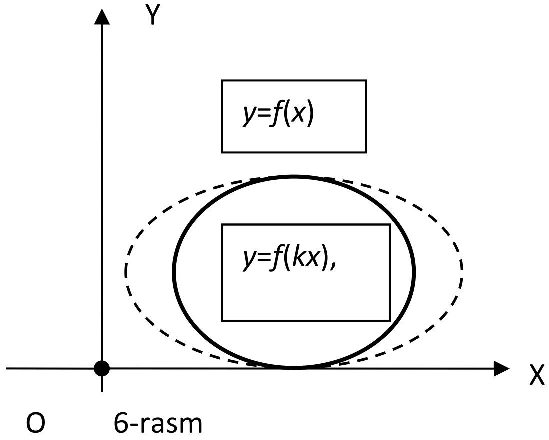


4-rasm

- y=f(kx) funksiyaning grafigi L chiziqni OX o‘qi bo‘yicha k marta cho‘zish (agar k>1 bo‘lsa, 5-rasm) yoki qisish (agar 0<k<1 bo‘lsa, 6-rasm) orqali hosil bo‘ladi. Agar k<0 bo‘lsa, unda L chiziq OY o‘qiga nisbatan simmetrik ravishda akslanadi.



5-rasm



6-rasm

Funksiyani berilish usullari. Turli masalalarni qarashda funksiya asosan to‘rt usulda berilishi mumkin.

❖ **Analitik usul.** Ko‘p hollarda funksiyalar analitik usulda, ya’ni x argument ustida bajariladigan matematik amallarni formulalar orqali ifodalash orqali beriladi. Masalan, aylana radiusi x va uning yuzasi y orasidagi bog‘lanish funksiyasi $y=\pi x^2$ formula orqali analitik usulda aniqlanadi.

❖ **Jadval usuli.** Bu usulda funksiya

x_i	x_1	x_2	x_3	. . .	x_{n-1}	x_n
$y_i=f(x_i)$	y_1	y_2	y_3	. . .	y_{n-1}	y_n

ko‘rinishdagi jadval orqali beriladi. Masalan, Bradisning to‘rt xonali matematik jadvallar kitobchasida funksiyalarning qiymatlari shunday ko‘rinishda berilgan. Odatda x argument va y funksiya orasidagi bog‘lanish tajriba yoki kuzatuvlar asosida o‘rganilayotgan bo‘lsa, funksiya qiymatlari jadval ko‘rinishda ifodalanadi.

❖ **Grafik usul.** Bunda x argument va y funksiya orasidagi bog‘lanish bu funksiyaning grafigi orqali beriladi. Masalan, yurak faoliyatini ifodalovchi funksiya kardiogramma orqali grafik ko‘rinishda ifodalanadi. Shuningdek bu usuldan tenglamalarni grafik usulda yechishda ham foydalaniladi.

❖ **Ta’rif usuli.** Bu usulda funksiya qiymatini aniqlash qonuni uni ta’riflash orqali beriladi. Masalan, **Dirixle funksiyasi** deb ataluvchi va [0,1] kesmada aniqlangan D(x) funksiyani analitik, jadval yoki grafik ko‘rinishlarda ifodalab bo‘lmaydi. Bu funksiya qiymatlari ta’rif bo‘yicha quyidagicha aniqlanadi:

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{agar } x \text{ ratsional son bo'lsa ;} \\ 0, & \text{agar } x \text{ irratsional son bo'lsa .} \end{cases}$$

2. **Funksiya ko‘rinishlari.** Funksiyalar u yoki bu xususiyatlariga qarab turli ko‘rinishlarga ajratiladi.

6-TA'RIF: Berilgan y=f(x) funksiya biror $D\subset D\{f\}$ sohaga tegishli ixtiyoriy x_1, $x_2 \in D$ va $x_1<x_2$ nuqtalar uchun $f(x_1)<f(x_2)$ [$f(x_1)\leq f(x_2)$] shartni qanoatlantirsa, u shu D sohada **o'suvchi (kamaymovchi) funksiya** deyiladi.

Masalan, $y=x^3$ funksiya $(-\infty;\infty)$ oraliqda, $y=x^2$ funksiya esa aniqlanish sohasining $(0,\infty)$ oralig'ida o'suvchi bo'ladi. **Ant'ye funksiya** deb ataladigan y=[x] funksiyaning qiymati argument x qiymatiga eng yaqin va undan katta bo'lmagan butun son kabi aniqlanadi. Masalan, [1.2]=1, [2.98]=2, [12]=12, [–1.5]=–2. Bu holda f(x)=[x] funksiya uchun $D\{f\}=(-\infty;\infty)$ va $E\{f\}=Z=\{0,\pm1, \pm2,\cdots\}$ bo'lib, u aniqlanish sohasida kamaymoqchi funksiya bo'ladi.

7-TA'RIF: Berilgan y=f(x) funksiya biror $D\subset D\{f\}$ sohaga tegishli ixtiyoriy x_1, $x_2\in D$ va $x_1<x_2$ nuqtalar uchun $f(x_1)>f(x_2)$ [$f(x_1)\geq f(x_2)$] shartni qanoatlantirsa , u shu D sohada **kamayuvchi (o'smoqchi) funksiya** deyiladi.

Masalan, y=–2x funksiya $(-\infty;\infty)$ oraliqda, $y=x^2$ funksiya esa aniqlanish sohasining $(-\infty,0)$ oralig'ida kamayuvchi bo'ladi. y=1–[x] funksiya esa $(-\infty;\infty)$ oraliqda o'smoqchi bo'ladi.

O'suvchi yoki kamaymoqchi, kamayuvchi yoki o'smoqchi funksiyalar birgalikda **monoton funksiyalar** deyiladi.

8-TA'RIF: Aniqlanish sohasi D{f} nol nuqtaga nisbatan simmetrik bo'lgan y=f(x) funksiya ixtiyoriy $x\in D\{f\}$ uchun f(–x)=f(x) [f(–x)= –f(x)] shartni qanoatlantirsa, u **juft** [**toq**] **funksiya** deyiladi .

Masalan, $f(x)=x^2$ –juft funksiya, $f(x)=x^3$ esa toq funksiya bo'ladi. Lekin har qanday funksiya juft yoki toq bo'lishi shart emas. Masalan, $f(x)=x^2-3x+1$ yoki f(x)=2x –3 funksiyalar na juft va na toqdir.

Ta'rifdan juft funksiya grafigi OY koordinata o'qiga, toq funksiya grafigi esa O koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lishi kelib chiqadi.

TEOREMA: Agar f(x) va g(x) juft funksiyalar bo'lsa, ularning umumiy D aniqlanish sohasida $f(x)\pm g(x)$, $f(x)\cdot g(x)$ va, $g(x)\neq0$ bo'lsa, f(x)/g(x) funksiyalar ham juft funksiyalardir. Agar f(x) va g(x) toq funksiyalar bo'lsa $f(x)\pm g(x)$ toq, $f(x)\cdot g(x)$ va f(x)/g(x) funksiyalar esa juft funksiya bo'ladi. Agar f(x) juft va g(x) toq funksiya bo'lsa, ularning ko'paytmasi va bo'linmasi toq funksiya bo'ladi.

Isbot: Misol sifatida faqat bir hol uchun isbotni keltiramiz, chunki boshqa hollar ham xuddi shundek ko'riladi. Masalan, qaralayotgan f(x) va g(x) juft funksiyalar, ya'ni f(–x)=f(x) va g(–x)=g(x) bo'lsin. Bu holda $F(x)=f(x)\pm g(x)$ funksiya uchun

$$F(-x)=f(-x)\pm g(-x)= f(x)\pm g(x)=F(x)$$

tenglik o'rinli va , ta'rifga asosan F(x) juft funksiya bo'ladi.

Izoh: Agar f(x) aniqlanish sohasi D{f} koordinata boshiga nisbatan simmetrik bo'lgan ixtiyoriy funksiya bo'lsa, unda F(x)= f(x)+ f(–x) juft, G(x)= f(x) –f(–x) esa toq funksiya bo'lishini ko'rish qiyin emas.

9-TA'RIF: Agar y=f(x) funksiya uchun shunday T>0 son mavjud bo'lsaki, $\forall x \in D\{f\}$ uchun $x \pm T \in D\{f\}$ bo'lib, f(x±T)=f(x) shart bajarilsa, u **davriy funksiya** deb ataladi. Bu shartni qanoatlantiruvchi eng kichik musbat T soni shu funksiyaning **davri** deyiladi.

Masalan, y=sinx davri T=2π, y=tgx esa davri T=π bo'lgan davriy funksiyalardir. y={x}=x–[x] funksiya qiymati argument x qiymatining nomanfiy kasr qismiga teng bo'ladi. Masalan, {1.2}=0.2, {2.98}=0.98, {±8}=0, {–1.7}= 0.3 (bunda –1.7= –2+0.3 deb qaraladi). Bu holda D{f}=(–∞;∞) va E{f}=[0,1) bo'lib, ixtiyoriy $x \in D\{f\}$ va $n \in N=\{1,2,3.\cdots\}$ uchun {x+n}={x} bo'ladi. Bundan f(x)={x} davri T=1 bo'lgan davriy funksiya ekanligini ko'rish mumkin. $y=x^2$ yoki $y=e^x$ funksiyalar esa davriymas funksiyalarga misol bo'ladi.

10-TA'RIF: Berilgan y=f(x) funksiya uchun shunday M >0 soni topilsaki, ixtiyoriy $x \in D$ uchun |f(x)|≤M shart bajarilsa, u D sohada **chegaralangan funksiya** deyiladi. Aks holda y=f(x) **chegaralanmagan funksiya** deb ataladi.

Masalan, y=sinx chegaralangan funksiya, chunki barcha x uchun |sinx|≤1. $y=2^x$ funksiya (−∞,0) oraliqda chegaralangan va $2^x \leq 1$, ammo bu funksiya (0,∞) oraliqda chegaralanmagan, chunki ixtiyoriy M>0 katta soni uchun $x>\log_2 M$ bo'lganda $2^x > M$ bo'ladi.

11-TA'RIF: Agar y=f(x) funksiya biror D sohaning har bir x nuqtasida o'zgarmas C soniga teng bo'lsa, u D sohada **o'zgarmas funksiya** deyiladi.

Masalan, $x \in (-\infty,\infty)$ sohada $f(x)=\sin^2 x+\cos^2 x=1$, $x \in (-\infty,0)$ sohada f(x)=x/|x|=–1 o'zgarmas funksiya bo'ladi.

3. **Funksiyalarning ayrim iqtisodiy tatbiqlari.** Iqtisodiyotning nazariy va amaliy masalalarini o'rganishda funksiyalardan keng foydalaniladi. Masalan, ishlab chiqarish funksiyasi (ishlab chiqarish natijalarini turli omillarga bog'liqligi), xarajatlar funksiyasi (ishlab chiqarilgan mahsulot hajmi bilan xarajatlar o'rtasidagi bog'lanish), talab funksiyasi (mahsulotga talab hajmi va narx, foyda kabi turli omillar orasidagi bog'lanishlar) kabi funksiyalar iqtisodiyotda ko'p qo'llaniladi.

Yana bir misol sifatida aholining daromadi x va uning turli tovarlarga ehtiyoji y orasidagi bog'lanishlarni o'rganish uchun shved iqtisodchi olimi Tornkvist tomonidan taklif etilgan quyidagi funksiyalarini qaraymiz:

- $y=\dfrac{a(x-b)}{x-c}$ $(x>b)$, y – inson hayoti uchun I navbatda zarur bo'lgan oziq-ovqat mahsulotlari, kiyim-kechak kabi tovarlarga ehtiyoj ;
- $y=\dfrac{a(x-d)}{x-c}$ $(x>d>b)$, y – inson hayoti uchun II navbatda zarur bo'lgan televizor, mebel, kosmetika kabi tovarlarga ehtiyoj ;
- $y=ax\dfrac{x-m}{x-c}$ $(x>m>d>b)$, y – avtomobil, tilla bezaklar,dala hovlisi kabi qimmatbaho buyumlarga ehtiyoj .

Bu funksiyalar quyidagi iqtisodiy qonuniyatlarni ifodalaydi:

✓ Daromad x ma’lum bir b, d yoki m qiymatdan oshgandan keyin tegishli tovarlarni xarid etish mumkin ;
✓ Daromad x oshib borishi bilan I va II navbatda zarur bo‘lgan tovarlarga ehtiyojni ifodalovchi y funksiya o‘sishi sekinlashibdi ;
✓ I va II navbatda zarur bo‘lgan tovarlarga ehtiyojni ifodalovchi y yuqoridan a soni (to‘yinish nuqtasi) bilan chegaralangan, chunki ularning iste’moli cheksiz o‘sishi mumkin emas;
✓ Daromad x oshib borishi bilan qimmatbaho buyumlarga ehtiyoj ham o‘sib boradi va yuqoridan chegaralanmagan .

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati:

1. Latipova, S. (2024). YUQORI SINF GEOMETRIYA MAVZUSINI O’QITISHDA YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR VA METODLAR. SINKVEYN METODI, VENN DIAGRAMMASI METODLARI HAQIDA. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 3(3), 165-173.
2. Latipova, S. (2024, February). SAVOL-JAVOB METODI, BURCHAKLAR METODI, DEBAT (BAHS) METODLARI YORDAMIDA GEOMETRIYANI O’RGANISH. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 2, pp. 25-33).
3. Latipova, S., & Sharipova, M. (2024). KESIK PIRAMIDA MAVZUSIDA FOYDALANILADIGAN YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR. 6X6X6 METODI, BBB (BILARDIM, BILMOQCHIMAN, BILIB OLDIM) METODLARI HAQIDA. Current approaches and new research in modern sciences, 3(2), 40-48.
4. Latipova, S. (2024). 10-11 SINFLARDA STEREOMETRIYA OQITISHNING ILMIY VA NAZARIY ASOSLARI. Академические исследования в современной науке, 3(6), 27-35.
5. Latipova, S. (2024). HILFER HOSILASI VA UNI HISOBLASH USULLARI. Центральноазиатский журнал образования и инноваций, 3(2), 122-130.
6. Latipova, S. (2024). HILFER MA’NOSIDA KASR TARTIBLI TENGLAMALAR UCHUN KOSHI MASALASI. Development and innovations in science, 3(2), 58-70.
7. Latipova, S. (2024). KESIK PIRAMIDA TUSHUNCHASI. KESIK PIRAMIDANING YON SIRTINI TOPISH FORMULALARI. Models and methods in modern science, 3(2), 58-71.
8. Shahnoza, L. (2023, March). KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA VA BOSHLANG’ICH FUNKSIYANI ANIQLASH BO’YICHA TESKARI MASALALAR. In " Conference on Universal Science Research 2023" (Vol. 1, No. 3, pp. 8-10).
9. qizi Latipova, S. S. (2024). CAPUTO MA’NOSIDAGI KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA FUNKSIYANI ANIQLASH BO ‘YICHA TO ‘G ‘RI MASALALAR. GOLDEN BRAIN, 2(1), 375-382.
10. Latipova, S. S. (2023). SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF FINDING THE SOURCE FUNCTION IN FRACTIONAL ORDER EQUATIONS. Modern Scientific Research International Scientific Journal, 1(10), 13-23.
11. Latipova, S. (2024). GEOMETRIYADA EKSTREMAL MASALALAR. В DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 3, сс. 163–172).
12. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMNING ZARURIY SHARTI. В SOLUTION OF SOCIAL PROBLEMS IN MANAGEMENT AND ECONOMY (Т. 3, Выпуск 2, сс. 79–90).
13. Latipova, S. (2024). FUNKSIYANING KESMADAGI ENG KATTA VA ENG KICHIK QIYMATI. В CURRENT APPROACHES AND NEW RESEARCH IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 2, сс. 120–129).
14. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMLARNING YUQORI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRILISHI. IKKINCHI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA EKSTREMUMGA TEKSHIRISH. В SCIENCE AND INNOVATION IN THE EDUCATION SYSTEM (Т. 3, Выпуск 3, сс. 122–133).

15. Latipova, S. (2024). BIR NECHA O'ZGARUVCHILI FUNKSIYANING EKSTREMUMLARI. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 3, Выпуск 4, сс. 14–24).
16. Latipova, S. (2024). SHARTLI EKSTREMUM. В МЕЖДУРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ АКАДЕМИЧЕСКИХ НАУК (Т. 3, Выпуск 2, сс. 61–70).