

Buxoro Davlat Pedagogika Instituti
“Aniq fanlar ” kafedراسi, PhD
Rashidov Anvarjon SHaripovich
taqrizi ostida

Xolmatov Ozodbek Nutfullo o‘g‘li
Buxoro davlat pedagogika instituti
“Matematika va informatika” yo‘nalishi
3-bosqich talabasi
Telefon raqami:+998904010835
e-mail:ozodbekxolmatov0835@gmail.com
Hasanov Behzod Normurot o‘g‘li
Buxoro davlat pedagogika instituti
“Matematika va informatika” yo‘nalishi
3-bosqich talabasi
Telefon raqami:+998939693424
e-mail:hasanovbehzod5@gmail.com

TIRIGONOMETRIK AYNIYATLARNI O‘QITISH METODIKASI VA BOSHQA SOHALAR BILAN BOG‘LIQLIGI

Annotatsiya: Trigonometrik ayniyatlar trigonometriyani o‘rganishda sinus, kosinus, tangens kabi trigonometrik funktsiyalar va ularning o‘zaro munosabatlarini ta‘minlovchi asosiy vositadir. Ushbu ayniyatlar ifodalarni soddalashtirish, tenglamalarni echish va matematikaning va fizikaning turli sohalarida teoremlarni isbotlash uchun juda muhimdir. Trigonometrik ayniyatlar asosida sinus va kosinus funktsiyalarining kvadratini bir-biriga va 1 ga bog‘laydigan Pifagor ayniyatlari yotadi. Ushbu identifikatorlar boshqa ko‘plab trigonometrik identifikatorlar uchun asos bo‘lib, Pifagor teoremasidan olingan. Pifagor ayniyatlaridan tashqari, ko‘plab boshqa ayniyatlar mavjud, jumladan, summa va farq ayniyatlari, ikki burchakli identifikatorlar, yarim burchakli ayniyatlar va mahsulotdan yig‘indiga identifikatorlar va boshqalar. Ularning har biri trigonometrik ifodalarni soddalashtirish yoki trigonometrik tenglamalarni echishda ma‘lum bir maqsadga xizmat qiladi. Trigonometrik ayniyatlarni tushunish asosiy trigonometrik funktsiyalar, algebraik manipulyatsiya va geometrik talqinlar bilan tanishishni talab qiladi. Ushbu o‘ziga xosliklarni o‘zlashtirish matematiklar va olimlarga tovush to‘lqinlari, yorug‘lik to‘lqinlari va tebranish harakati kabi davriy hodisalarni tahlil qilish va modellashtirish imkonini beradi.

Tayanch iboralar: Trigonometrik funktsiyalar, Pifagor ayniyatlari, yig‘indi va farq identifikatorlari, ikki burchakli ayniyatlar, yarim burchak ayniyatlari, mahsulotning yig‘indisi ayniyatlari, o‘zaro ayniyatlar, asosiy ayniyatlar, soddalashtirish texnikasi, algebraik manipulyatsiya, geometrik talqinlar, davriy hodisalar, fizika va muhandislik sohasidagi dasturlar, trigonometrik tenglamalar, trigonometrik isbotlar, birlik doirasi, burchak qo‘shish formulalari, birgalikda funktsiya ayniyatlari, trigonometrik nisbatlar, hisoblashda trigonometrik ayniyatlar.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМ ЦИФРАМ И СВЯЗИ С ДРУГИМИ ОБЛАСТЯМИ

Аннотация: Тригонометрические фигуры являются основным инструментом изучения тригонометрических функций, таких как синус, косинус, тангенс и их взаимных отношений. Эти свойства необходимы для упрощения выражений, решения уравнений и доказательства теорем в различных областях математики и физики. В основе тригонометрических уравнений лежат уравнения Пифагора, которые связывают квадраты функций синуса и косинуса друг с другом и с 1. Эти тождества являются основой для многих других тригонометрических тождеств и выводятся из теоремы Пифагора. Помимо тождеств Пифагора, существует множество других тождеств, в том числе тождества суммы и разности, тождества многоугольника, полусферического тождества и тождества

произведения к сумме. Каждый из них служит определенной цели при упрощении тригонометрических выражений или решении тригонометрических уравнений. Понимание тригонометрических выражений требует знания основных тригонометрических функций, алгебраических манипуляций и геометрических интерпретаций. Овладение этими свойствами позволяет математикам и ученым анализировать и моделировать периодические явления, такие как звуковые волны, световые волны и вибрационное движение.

Ключевые слова: тригонометрические функции, выражения Пифагора, тождества суммы и разности, выражения двух углов, выражения половинного угла, выражения суммы произведений, обратные выражения, фундаментальные выражения, методы упрощения, алгебраические манипуляции, геометрические интерпретации, периодические явления, приложения. в физике и технике, тригонометрические уравнения, тригонометрические доказательства, единичный круг, формулы сложения углов, выражения совместных функций, тригонометрические отношения, тригонометрические выражения в исчислении.

METHODOLOGY OF TEACHING TRIGONOMETRIC FIGURES AND RELATIONSHIP WITH OTHER AREAS

Abstract: Trigonometric figures are the main tool for studying trigonometric functions such as sine, cosine, tangent and their mutual relations. These properties are essential for simplifying expressions, solving equations, and proving theorems in various fields of mathematics and physics. At the base of the trigonometric equations are the Pythagorean equations, which relate the square of the sine and cosine functions to each other and to 1. These identities are the basis for many other trigonometric identities and are derived from the Pythagorean theorem. In addition to Pythagorean identities, there are many other identities, including sum and difference identities, polygon identities, hemispherical identities, and product-to-sum identities, among others. Each of them serves a specific purpose in simplifying trigonometric expressions or solving trigonometric equations. Understanding trigonometric expressions requires familiarity with basic trigonometric functions, algebraic manipulations, and geometric interpretations. Mastering these properties allows mathematicians and scientists to analyze and model periodic phenomena such as sound waves, light waves, and vibrational motion.

Key words: Trigonometric functions, Pythagorean expressions, sum and difference identities, two-angle expressions, half-angle expressions, sum-of-product expressions, reciprocal expressions, fundamental expressions, simplification techniques, algebraic manipulation, geometric interpretations, periodic phenomena, applications in physics and engineering, trigonometric equations, trigonometric proofs, unit circle, angle addition formulas, joint function expressions, trigonometric ratios, trigonometric expressions in calculus.

Kirish: Trigonometrik ayniyatlar trigonometriyaning asosi bo'lib, ifodalarni soddalashtirish, tenglamalarni echish va turli trigonometrik funktsiyalar o'rtasidagi munosabatlarni tushunishda muhim vosita bo'lib xizmat qiladi. Pifagorning asosiy identifikatorlaridan murakkab summa va farq formulalariga qadar bu ayniyatlar sof matematikadan muhandislik va fizikaga qadar bo'lgan sohalarida matematik fikrlashning asosini tashkil etadi.

Pifagor ayniyatlari: Trigonometrik ayniyatlarning markazida Pifagor ayniyatlari yotadi. Ushbu fundamental munosabatlar sinus va kosinus funktsiyalarining kvadrat qiymatlarini bir-biriga va doimiy 1 ga nisbatan ifodalaydi. Pifagor identifikatorlari Pifagor teoremasidan kelib chiqadi va boshqa ko'plab trigonometrik ayniyatlarni olish va tushunish uchun asos yaratadi.

Pifagor ayniyatlari to'g'ri burchakli uchburchakning tomonlarini bog'laydigan Pifagor teoremasini o'z ichiga olgan trigonometrik ayniyatlardir. Trigonometriyada uchta asosiy Pifagor identifikatori mavjud:

1. Sinus kvadrat tenglik: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$
2. Kosinus kvadratik tenglik: $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$
3. Tangens kvadratik tenglik: $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$

Bu erda har birining qisqacha izohi:

1. Sinus kvadratik tenglik: bu tenglik burchak sinusining kvadrati va bir xil burchak kosinusining kvadrati har doim 1 ga teng ekanligini bildiradi. Bu har qanday burchak uchun amal qiladi.
2. Kosinus kvadratik tenglik: bu tenglik sinus kvadratik tenglikdan olingan. Ayirish orqali $\sin^2 x$ sinus kvadratik ayniyatning ikkala tomonidan kosinus kvadratik ayniyatni olamiz. Unda burchak kosinusining kvadrati bir xil burchak sinusining kvadratidan 1 minusga teng ekanligi aytilgan.
3. Tangens kvadratik tenglik: bu tenglik tangens funksiyasini va uning o'zaro, sekantini o'z ichiga oladi. Unda aytilishicha, ortiqcha 1 burchak tangensining kvadrati bir xil burchakning sekantining kvadratiga teng.

Yig'indi va farq formulalari: Trigonometriyadagi yana bir muhim identifikatsiya to'plami bu summa va farq formulalari. Ushbu formulalar ikkita burchak yig'indisi yoki farqining sinusi, kosinusi va tangensini alohida burchaklarning sinusi, kosinusi va tangenslari bo'yicha ifodalashga imkon beradi. Ular trigonometrik ifodalarni soddalashtirishda va trigonometrik tenglamalarni echishda bebahodir.

Trigonometriyadagi yig'indi va farq formulalari ikki burchak yig'indisi yoki farqining trigonometrik funksiyalarini alohida burchaklarning trigonometrik funksiyalari nuqtai nazaridan ifodalash uchun ishlatiladi. Sinus, kosinus va tangens uchun yig'indi va farq formulalari:

1. Sinus uchun yig'indi va farq formulalari:
 - $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 - $\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$
2. Kosinus uchun yig'indi va farq formulalari:
 - $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$
 - $\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$
3. Tangens uchun yig'indi va farq formulalari:
 - $\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$
 - $\tan(x - y) = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x \tan y}$

Ushbu formulalar ko'pincha summalar yoki burchaklar farqlarini o'z ichiga olgan trigonometrik ifodalarni soddalashtirish va ularni oddiyroq trigonometrik funksiyalar nuqtai nazaridan ifodalash uchun ishlatiladi. Ular hisoblash, fizika va muhandislik kabi turli sohalarda dasturlarni topadilar.

Ikki burchakli va yarim burchakli ayniyatlar: Ikki burchakli va yarim burchakli ayniyatlar trigonometrik soddalashtirish va ikki yoki ikki baravar kamaytirilgan burchaklarni o'z ichiga olgan trigonometrik tenglamalarni echish uchun muhim vositadir. Ushbu ayniyatlar ikki yoki

yarim burchakning sinus, kosinus va tangensini navbati bilan asl burchakning sinus, kosinus va tangens jihatidan ifodalaydi.

Ushbu identifikatorlar burchaklarning trigonometrik funksiyalarini ushbu burchaklarning ko'paytmalari yoki yarmlarining trigonometrik funksiyalari bo'yicha ifodalaydi. Ularni sizga taqdim etishga ijozat bering:

1. Ikki burchakli ayniyatlar:

- $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$.
- $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ (bu ham ifodalanishi mumkin:
- $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ yoki $\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x$).
- $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$.

2. Yarim burchakli ayniyatlar:

- $\sin \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$.
- $\cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$.
- $\tan \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}}$.

Ushbu ayniyatlar trigonometrik ifodalarni soddalashtirish va boshqa burchaklarning ko'paytmasi yoki yarmi bo'lgan burchaklarni o'z ichiga olgan trigonometrik tenglamalarni echish uchun foydalidir [1,5].

Ilm-fan va muhandislik sohasidagi dasturlar: Trigonometrik ayniyatlar fan va muhandislikda keng ko'lamli dasturlarni topadi. Ular fizika kabi sohalarida qo'llaniladi, bu erda ular to'lqin hodisalari, optika va tebranish harakatlarini tahlil qilishga yordam beradi. Muhandislikda trigonometrik ayniyatlar tuzilmalarni loyihalash, zanjirlarni tahlil qilish va mexanika va suyuqlik dinamikasidagi muammolarni hal qilish uchun juda muhimdir.

Trigonometrik identifikatorlar fan va muhandislikda, xususan davriy hodisalar, tebranishlar va to'lqinlarning xatti-harakatlari keng tarqalgan sohalarida keng qo'llanilishini topadi. Bu erda ba'zi asosiy dasturlar:

1. Fizika va Mexanika:

- ✓ Oddiy garmonik harakat (OGH): sinus va kosinus kabi trigonometrik funksiyalar mayatniklar, buloqlar va tebranish torlari kabi tebranuvchi tizimlarning harakatini tasvirlash uchun ishlatiladi.
- ✓ To'lqinlarning tarqalishi: trigonometrik funksiyalar to'lqin hodisalarini, shu jumladan tovush to'lqinlari, yorug'lik to'lqinlari va elektromagnit to'lqinlarni tavsiflashda hal qiluvchi rol o'ynaydi.
- ✓ Mashinasozlik: trigonometrik funksiyalar mashinasozlikda tuzilmalar va mashinalardagi kuchlarni, harakatni va stressni tahlil qilish uchun keng qo'llaniladi.

2. Elektrotexnika:

- ✓ AC sxemasini tahlil qilish: trigonometrik funksiyalar o'zgaruvchan tok (AC) davrlarini tahlil qilish uchun ishlatiladi, bu erda kuchlanish va oqim vaqt o'tishi bilan sinusoidal ravishda o'zgarib turadi.
- ✓ Signalni qayta ishlash: trigonometrik funksiyalar murakkab signallarni oddiyroq sinusoidal qismlarga ajratadigan Furje tahlili kabi signallarni qayta ishlash dasturlarida muhim ahamiyatga ega.

3. Qurilish Muhandisligi:

✓ Strukturaviy tahlil: trigonometrik funktsiyalar turli xil yuklash sharoitlarida, shu jumladan ko'priklar, binolar va to'g'onlarda inshootlarning xatti-harakatlarini modellashtirish va tahlil qilish uchun ishlatiladi.

✓ Geodeziya va Geodeziya: trigonometriya er o'lchash va geodezik dasturlarda masofalar, burchaklar va balandliklarni o'lchash uchun geodeziyada asosiy hisoblanadi.

4. Aerokosmik Muhandislik:

✓ Aerodinamika: trigonometrik funktsiyalar aerodinamikada samolyotlar, raketalar va kosmik kemalarga ta'sir qiluvchi havo oqimi, ko'tarish, tortish va boshqa aerodinamik kuchlarni modellashtirish uchun ishlatiladi.

✓ Orbital Mexanika: trigonometrik funktsiyalar ob'ektlarning kosmosdagi harakatini, shu jumladan sun'iy yo'ldosh orbitalarini, Sayyora traektoriyalarini va samoviy mexanikani tavsiflash uchun ishlatiladi [6,7].

Savol-javob metodi:

1-savol: Trigonometrik ayniyatlar nima? O'zaro Identifikatorlar:

Javob: Trigonometrik identifikatorlar o'z domenlari ichidagi o'zgaruvchining har bir qiymati uchun to'g'ri bo'lgan trigonometrik funktsiyalarni o'z ichiga olgan tenglamalardir. Ular iboralarni soddalashtirish, tenglamalarni echish va boshqa matematik bayonlarni isbotlash uchun foydali vositalardir.

2-savol: Asosiy trigonometrik ayniyatlar qanday?

Javob: Asosiy trigonometrik ayniyatlarga quyidagilar kiradi:

• Pifagor ayniyatlari:

1) $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

2) $\tan^2 x + 1 = \sec^2 x$

3) $\cot^2 x + 1 = \csc^2 x$

• O'zaro ayniyatlar:

1) $\sec x = \frac{1}{\sin x}$

2) $\csc x = \frac{1}{\cos x}$

3) $\cot x = \frac{1}{\tan x}$

• Miqdor ayniyatlari:

1) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

2) $\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$

3-savol: Qo'shma funktsiya ayniyatlari qanday?

Javob: Qo'shma funktsiya ayniyatlar to'ldiruvchi burchaklarning sinus, kosinus, tangens, kotangens, sekant va kosekantlari teng ekanligini bildiradi. Bu:

❖ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

❖ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

❖ $\tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cot x$

❖ $\cot\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \tan x$

$$\diamond \sec\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \csc x$$

$$\diamond \csc\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sec x$$

4-savol: Trigonometrik ayniyatni qanday isbotlaysiz?

Javob: Trigonometrik ayniyatni isbotlash uchun siz odatda tenglamaning bir tomonidan boshlaysiz va uni boshqa tomonga teng bo'lguncha algebraik tarzda boshqarasiz. Texnikalar asosiy trigonometrik identifikatorlardan, algebraik manipulyatsiyadan, faktoringdan va ba'zan trigonometrik identifikatorlardan teskari foydalanishni o'z ichiga oladi [8,18].

Xulosa: Trigonometrik ayniyatlar matematikada va uning turli sohalarida keng qo'llaniladigan kuchli vositalardir. Trigonometrik ifodalarni soddalashtirishdan tortib, Real hodisalarni modellashtirishgacha, bu ayniyatlar burchaklar va davriy funktsiyalar bilan ishlaydigan har bir kishi uchun ajralmas hisoblanadi. Matematiklar, olimlar va muhandislar trigonometrik ayniyatlarni o'zlashtirish orqali atrofimizdagi dunyo haqida yangi tushunchalarni ochib, inson bilimlari va innovatsiyalari chegaralarini oshirishi mumkin. Trigonometrik identifikatorlar fan va muhandislikning ajralmas vositasi bo'lib, turli xil fanlar bo'yicha turli xil fizik hodisalarni tahlil qilish, modellashtirish va bashorat qilishga imkon beradi.

Foydalaniladigan adabiyotlar ro'yxati:

- 1) Тўлаганов Т. П.Элементар математика: Арифметика, алгебра: Пед. ин-тлари ва ун-тлар учун ўқув қўлланма. – Т.: Ўқитувчи, 1997. -272 б
- 2) КАРИМ МУҲАМЕДОВ ЭЛЕМЕНТАР МАТЕМАТИКАДАН ҚЎЛЛАНМА олий ўқув юртига кирувчилар учун “Ўқитувчи” нашриёти тошкент-1976
3. Nozimbek Zaripov, Behzod Hasanov Python dasturlash tilida ma'lumot to'plamlari va turlari Interpretation and researches 2023/5/27 Tom 1 . №1 с.
4. Nozimbek Zaripov, Behzod Hasanov Python dasturlash tilini o'qitishda funktsiyalardan foydalanish metodikasi Talqin va tadqiqotlar 2023/2/27 Tom 1. №18 с.
5. Zaripov Nozimbek Nayimovich, Hasanov Behzod Normurot o'g'li Python dasturlash tilini o'qitishda funktsiyalardan foydalanish metodikasi Talqin va tadqiqotlar ilmiy-uslubiy jurnali 2023 Tom 1. №18 с. 15-19.
6. Zaripov Nozimbek Nayimovich, Hasanov Behzod Normurot o'g'li Options for Working with Files in the Python Programming Language International Interdisciplinary Research Journal Volume 2 Issue 3, Year 2023 ISSN: 2835-3013 с. 371-375.
7. Hasanov Behzod Normurot o'g'li Matritsa ustida amallar bajarish metodlari Educational research in universal sciences, 2024/3/3 с.38–45.
8. Behzod hasanov. Kompyuter tarmoqlari haqida umumiy tushunchalar. Ilm-fan va ta'lim 2024/4/14. 5 (20) с.221-226.
9. Hasanov Behzod Normurot o'g'li Zaripov Nozimbek Nayimovich. Pythonda masalalarni dasturlash va ularni o'qitish metodikasi. Ta'lim tizimida zamonaviy axborot texnologiyalari resurslaridan foydalanish istiqbollari”. 2023/5/30.c. 462-464.

10. Hasanov B.N Zaripov N. N. Python dasturlash tilida ma'lumot to'plamlari va turlari. Lm-fan muammolari tadqiqotchilar talqinida ilmiy konferensiya ". 2023/5/20.c. 275-277.

11. Zaripov Nozimbek Nayimovich, Hasanov Behzod Normurot O'G'Li. Python dasturlash tilini o'qitishda funksiyalardan foydalanish metodikasi. Talqin va tadqiqotlar ilmiy-uslubiy jurnali. 2023 . Tom 1 №1 c. 15-19.

12. Hasanov B.N Zaripov N. N.. Python dasturlash tilida foydalanuvchi grafik interfeysi imkoniyatlari. Математик моделлаштириш ва ахборот технологияларининг долзарб масалалари» халқаро илмий-амалий анжуман. 2023/5/2. Том 3 №3 с. 455-457.

13. Hasanov Behzod normurot o'g'li zaripov nozimbek nayimovich. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida dasturlash tillarini o'qitish metodikasi. Boshlang'ich ta'limda xalqaro tajribalar: yangi avlod darsliklari, milliy dastur va raqamli texnologiyalar integratsiyasi. 2023/5/19. C. 791-793.

14. Nozimbek Zaripov, Behzod Hasanov. Scratch dasturlash muhitida tarmoqlanuvchi bloklar bilan ishlash. Евразийский журнал академических исследований. 2023/6/6. Том 3. №6 с.98-101.

15. Hasanov Behzod Normurot o'g'li Zaripov Nozimbek Nayimovich. Umumiy o'rta ta'lim maktablarida dasturlash tillarini o'qitish metodikasi. Boshlang'ich ta'limda xalqaro tajribalar: yangi avlod darsliklari, milliy dastur va raqamli texnologiyalar integratsiyasi. 2023/5/19. C. 791-793.

16. Nozimbek Zaripov, Behzod Hasanov. Scratch dasturlash muhitida tarmoqlanuvchi bloklar bilan ishlash. Евразийский журнал академических исследований. 2023/6/6. Том 3. №6 с.98-101.

17. Hasanov Behzod Normurot o'g'li. Computer communications and their types. Международный современный научно-практический журнал.

Научный Фокус № 12 (100) Апреля 2024 г. Часть 1 Издается с май 2023 года

Москва 2024.

18. Hasanov Behzod Normurot o'g'li. Kamyuter tarmoqlarining tuzilishi va qo'llanilishi. Amaliy va fundamental tadqiqotlar jurnali. 2024/4. Том 3 №4 с.24-26.