INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 **Volume 9, issue 1, December 2024**
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR **worldly knowledge**
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALARGA DOIR IQTISODIY MASALALAR

Latipova Shahnoza Salim qizi
Osiyo Xalqaro Universiteti
"Umumtexnik fanlar" kafedrasi o'qituvchisi
slatipova543@gmail.com

ANNOTATSIYA: Noma'lum funksiyaning hosilalari qatnashgan tenglama differensial tenglama deb ataladi. Differensial tenglamalardan fizika, iqtisodiyot, kimyo, mexanika va boshqa fanlarga doir juda ko‘p masalalarni yechishda keng qo‘llaniladi. Vaqt bilan bog‘liq turli texnologik va iqtisodiy jarayonlar ham matematik usulda differensial tenglamalar orqali tavsiflanadi. Differensial tenglama tartibi unda qatnashgan noma'lum funksiya hosilasining eng katta tartibi bilan aniqlanadi. Differensial tenglamalar yechimining mavjudlik sharti Koshi teoremasi orqali ifodalanadi. Differensial tenglamalar yechimini topish jarayoni uni integrallash deyiladi. Differensial tenglamani integrallashning umumiy usuli mavjud emas. Bundan tashqari juda ko‘p differensial tenglamalarning yechimi elementar funksiyalarda ifodalanmaydi. Shu sababli differensial tenglamalarning ayrim xususiy hollari uchun ularni integrallash usulini ko‘rsatish mumkin. Bu yerda nisbatan soddaroq bo‘lgan I tartibli differensial tenglamalar qaralib, ulardan o‘zgaruvchilari ajralgan, o‘zgaruvchilari ajraladigan, bir jinsli, to‘liq differensialli, chiziqli tenglamalarni va Bernulli tenglamasini integrallash usuli ko‘rsatilgan. Bu tenglamalarni demografiya, marketing va iqtisodiyot masalalarini yechishga tatbiqlari keltirilgan.
Kalit so'zlar:* Differensial tenglama * Differensial tenglama tartibi * Differensial tenglama yechimi * Boshlang‘ich shart * Koshi masalasi * Koshi teoremasi * Umumiy yechim * Umumiy integral * Xususiy yechim * Eng sodda I tartibli differensial tenglama * O‘zgaruvchilari ajralgan tenglama * O‘zgaruvchilari ajraladigan tenglama * Bir jinsli I tartibli tenglama * To‘liq differensialli tenglama * I tartibli chiziqli differensial tenglama * I tartibli chiziqli bir jinsli differensial tenglama

1.1. Differensial tenglamalar va ular bilan bog‘liq tushunchalar.

Matematika, mexanika, fizika, iqtisodiyot va boshqa fanlarning bir qator murakkab masalalarida o‘rganilayotgan obyektning asosiy xususiyatlarini ifodalovchi qonunlar qaralayotgan funksiyani uning hosilalari bilan bog‘lanishini ko‘rsatuvchi tenglamalar orqali ifodalanadi.

1-TA'RIF: Erkli o‘zgaruvchi x, noma'lum funksiya $y=y(x)$ va uning hosilalari $y', y'', \cdots, y^{(n)}$ orasidagi bog‘lanishni ifodalovchi tenglik oddiy differensial tenglama deb ataladi.

Masalan,

$$y \;\; + y \;\sin x - x^2 y - 3\ln x = 0\,, \quad (y \;)^3 - 5y \;\; + 7y^2 + 1 = 0\,, \quad \mathrm{tg}y \;\; - 3\sin x - 2 = 0$$

oddiy differensial tenglamalar bo‘ladi. Bu misollardan ko‘rinadiki, oddiy differensial tenglamada erkli o‘zgaruvchi x , noma'lum y funksiyaning o‘zi, hosilalarning ayrimlari qatnashmasligi mumkin.

Izoh: Ko‘p o‘zgaruvchili $y=y(x_1, x_2, \cdots, x_n)$ funksiya va uning xususiy hosilalari qatnashgan differensial tenglamalarni ham qarash mumkin. Ular xususiy hosilali differensial tenglamalar

INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 **Volume 9, issue 1, December 2024**
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: ***google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.***
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

deyiladi. Biz faqat oddiy differensial tenglamalarni qaraymiz va kelgusida ularni differensial tenglama, ba'zan esa qisqacha tenglama deb yuritamiz.

2-TA'RIF: Noma'lum funksiyaning differensial tenglamada qatnashuvchi hosilalarining eng yuqori tartibi bu differensial tenglamaning tartibi deyiladi.

Masalan, yuqorida keltirilgan differensial tenglamalar mos ravishda I, II va III tartiblidir.

Umumiy holda n-tartibli differensial tenglama

$$F(x, y, y, y, \cdots, y^{(n)}) = 0 \qquad (1)$$

ko'rinishda yoziladi. Bunda F(·) biror n+2 o'zgaruvchili funksiyani ifodalaydi. Odatda (1) tenglamani $y^{(n)}$ hosilaga nisbatan yechish mumkin deb hisoblanadi va

$$y^{(n)} = f(x, y, y, y, \cdots, y^{(n-1)}) \qquad (2)$$

kabi yoziladi. (2) yuqori tartibli hosilaga nisbatan yechilgan differensial tenglama deb ataladi. Masalan, yuqorida (1) ko'rinishda yozilgan differensial tenglamalarni

$$y = 3\ln x + x^2 y - y \sin x, \quad y = \sqrt[3]{5y - 7y^2 - 1}, \quad y = \mathrm{arctg}(3\sin x + 2)$$

kabi (2) ko'rinishda ifodalash mumkin.

3-TA'RIF: Agar biror φ(x) funksiya n marta differensiallanuvchi bo'lib, bu funksiya va uning hosilalari (1) yoki (2) tenglamaga qo'yilganda bu tenglama ayniyat ko'rinishiga kelsa, unda φ(x) funksiya (1) yoki (2) differensial tenglamaning yechimi deyiladi.

Masalan, $\varphi(x)=x^2+3x-2$ funksiya II tartibli

$$y - 3y + 2y - 2x^2 + 11 = 0 \qquad y = 3y - 2y + 2x^2 - 11$$

differensial tenglamaning yechimi bo'ladi. Haqiqatan ham,

$$\varphi(x) = x^2 + 3x - 2 \qquad \varphi(x) = 2x + 3, \quad \varphi(x) = 2$$

$$\varphi - 3\varphi + 2\varphi - 2x^2 + 11 = 2 - 3(2x+3) + 2(x^2 + 3x - 2) - 2x^2 + 11 \quad 0 .$$

4-TA'RIF: (1) yoki (2) differensial tenglamaning yecimini topish uni integrallash, topilgan y=φ(x) yechim esa uning integrali deb aytiladi.

Bu ta'rif shu bilan asoslanadiki, differensial tenglamani yechish integrallash amali orqali bajariladi va uning yechimi qandaydir funksiyaning integrali kabi ifodalanadi. Bunga kelgusida ishonch hosil etamiz.

Bu paragrafda biz I tartibli va hosilaga nisbatan yechilgan, ya'ni

$$y = f(x, y) \qquad (3)$$

INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 Volume 9, issue 1, December 2024
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

ko‘rinishdagi differensial tenglamalar bilan shug‘ullanamiz. Bu tenglamani, hosilani differensial yordamida ifodalash orqali,

$$\frac{dy}{dx} = f(x,y) \qquad dy = f(x,y)dx$$

ko‘rinishda ham ifodalash mumkin. Bu tenglamada noma’lum funksiyaning differensiali qatnashadi va bu bilan uni differensial tenglama deb atalishi asoslanadi.

Birinchi navbatda (3) tenglama yechimga ega yoki yo‘qligi, agar yechim mavjud bo‘lsa, uning yagona yoki yagonamasligi masalasini qaraymiz. Bu maqsadda dastlab quyidagi tushunchani kiritamiz:

5-TA’RIF: (3) differensial tenglamani berilgan x_0 nuqtada berilgan y_0 qiymatni qabul qiluvchi y=y(x) yechimini topish Koshi masalasi deyiladi.

Bu ta’rifdagi shart

$$y(x_0)= y_0 \quad \text{yoki} \quad y\big|_{x=x_0} = y_0 \qquad (4)$$

ko‘rinishda yoziladi va boshlang‘ich shart deb ataladi.

1-TEOREMA (Koshi teoremasi): Agar (3) tenglamada f(x,y) funksiya va uning y bo‘yicha $f_y(x,y)$ xususiy hosilasi XOY tekislikka tegishli (x_0,y_0) nuqtaning biror ochiq atrofida uzluksiz bo‘lsa , unda bu tenglamaning (4) boshlang‘ich shartni qanoatlantiruvchi, ya’ni (3)-(4) Koshi masalasining yechimi mavjud va bu yechim yagonadir.

Bu teorema Koshi masalasi uchun mavjudlik va yagonalik teoremasi deb yuritiladi va uni isbotsiz qabul etamiz .

Izoh: Agar 1-teorema shartlari bajarilmasa, Koshi masalasi yechimining yagonaligi haqidagi tasdiq bajarilmasligi mumkin. Masalan,

$$y = \sqrt[5]{y^4}, \quad y\big|_{x=0} = 0$$

Koshi masalasi uchun ikkita $y=(x/5)^5$ va y=0 funksiyalar yechim bo‘lishini tekshirib ko‘rish mumkin. Bunga sabab shuki, bu tenglamada $f(x,y)=\sqrt[5]{y^4}$ bo‘lib, uning xususiy hosilasi $f_y(x,y)=4/(5\sqrt[5]{y})$ boshlang‘ich shartdagi (0,0) nuqtada uzluksiz emas.

Koshi teoremasidan II tartibli differensial tenglamaning o‘zi cheksiz ko‘p yechimga ega bo‘lishi va ular bitta ixtiyoriy C o‘zgarmas soniga bog‘liq bo‘lgan y=φ(x,C) ko‘rinishdagi funksiyalardan iborat bo‘lishi kelib chiqadi. Haqiqatan ham, turli (4) boshlang‘ich shartda Koshi masalasining yechimi turli yechimlarga ega bo‘ladi. Boshlang‘ich shartlarni esa cheksiz ko‘p ko‘rinishda tanlash mumkin va shu sababli (3) differensial tenglama yechimi ham cheksiz ko‘p bo‘ladi.

INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 Volume 9, issue 1, December 2024
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

Masalan, $y=x^2+C$, $C \in (-\infty, \infty)$ funksiyalar I tartibli $y'=2x$ differensial tenglamani qanoatlantirib, ular bu tenglamaning cheksiz ko‘p yechimni tashkil etishini tekshirib ko‘rish qiyin emas.

6-TA’RIF: Bitta ixtiyoriy o‘zgarmas C soniga bog‘liq $y=\varphi(x,C)$ funksiya I tartibli (3) differensial tenglamaning umumiy yechimi deyiladi, agar u quyidagi ikki shartni qanoatlantirsa:

1) bu funksiya C o‘zgarmas sonning har bir qiymatida (3) tenglamaning yechimi bo‘ladi ;

2) berilgan (4) boshlang‘ich shartda C o‘zgarmasning shunday C_0 qiymati topiladiki, $y=\varphi(x,C_0)$ funksiya bu boshlang‘ich shartni qanoatlantiradi .

I tartibli differensial tenglamaning umumiy yechimi har doim ham $y=\varphi(x,C)$ ko‘rinishda oshkor ifodalanmaydi. Ko‘p hollarda umumiy yechim $\Phi(x,y,C)=0$ oshkormas ko‘rinishda topiladi va undan y umumiy yechimni har doim ham elementar funksiyalar orqali ifodalab bo‘lmaydi. Bunday hollarda $\Phi(x,y,C)=0$ differensial tenglamaning umumiy integrali deb ataladi.

I tartibli differensial tenglamalarning ayrim iqtisodiy tatbiqlari. Bu yerda I tartibli differensial tenglamalar yordamida yechiladigan iqtisodiy mazmunli amaliy masalalardan bir nechtasi bilan tanishamiz.

- Aholi soni haqidagi demografik masala. Ma’lum bir vaqt birligida mamlakatda dunyoga kelgan chaqaloqlar va vafot etgan odamlar soni shu mamlakat aholisining soniga proporsional (mos ravishda qandaydir k_1 va k_2 proporsionallik koeffitsientlari bilan) ekanligi statistik ma’lumotlar asosida aniqlangan. Shu mamlakat aholisining sonini t vaqt bo‘yicha o‘zgarishini ifodalovchi $y=y(t)$ funksiyani topish talab etiladi.

Yechish: Bu mamlakat aholisining Δt vaqt oralig‘idagi o‘zgarishi Δy shu vaqt oralig‘da dunyoga kelgan chaqaloqlar va vafot etgan odamlar sonlarining ayirmasiga tengdir. Masala shartiga asosan, Δt vaqt oralig‘ida dunyoga kelgan chaqaloqlar soni $k_1 y\Delta t$, vafot etgan odamlar soni esa $k_2 y\Delta t$ bo‘ladi. Bu yerdan quyidagi natijalarni olamiz:

$$\Delta y = k_1 y\Delta t - k_2 y\Delta t = (k_1 - k_2) y\Delta t = ky\Delta t \quad (k = k_1 - k_2)$$

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} = ky \qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta y}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} ky \qquad y = ky\ .$$

Shunday qilib, aholi soni I tartibli $y'=ky$ differensial tenglama bilan ifodalanuvchi qonuniyat asosida o‘zgaradi. Bu o‘zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama bo‘lib, uni integrallab izlanayotgan $y=y(t)$ funksiyani topamiz:

$$y = ky \qquad \frac{dy}{dt} = ky \qquad \frac{dy}{y} = kdt \qquad \frac{dy}{y} = \quad kdt \qquad \ln y = kt + C$$

$$y = e^{kt+C} = C_0 e^{kt} \quad .$$

Bunda C_0 o‘zgarmas son qiymati boshlang‘ich shartdan topiladi. Agar t_0 vaqtda aholi soni y_0 ekanligi ma’lum bo‘lsa, unda $C_0 = y_0 e^{-kt_0}$ kabi aniqlanishini ko‘rsatish mumkin.

INTERNATIONAL JOURNAL OF SCIENTIFIC RESEARCHERS
ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 Volume 9, issue 1, December 2024
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

- Mahsulot narxi haqidagi marketing masalasi. Bozorda t vaqt o‘tishi bilan biror mahsulot narxi p(t), unga talab h(t) va taklif s(t) funksiyalar bo‘yicha o‘zgarib boradi. Narx funksiyasi, talab va taklif funksiyalari orasidagi bog‘lanishni topish talab etiladi.

Yechish: Bozor qonuniyatlariga ko‘ra Δt vaqt oralig‘ida narxning o‘sishi Δp talabni taklifdan qanchalik darajada kattaligiga va shu vaqt oralig‘iga to‘g‘ri proporsional bo‘ladi. Agar proporsionallik koeffitsiyenti k bo‘lsa, bu qonuniyatni matematik ko‘rinishda ifodalab, undan quyidagi natijalarni olamiz:

$$\Delta p = k(h-s)\Delta t \qquad \frac{\Delta p}{\Delta t} = k(h-s) \qquad \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta p}{\Delta t} = \lim_{\Delta t\to 0} k(h-s) \qquad p = k(h-s).$$

Bunda eng oxirgi tenglik p=p(t) narx funksiyasiga nisbatan eng sodda differensial tenglama bo‘lib, undan

$$p(t) = k\ [h(t)-s(t)]dt$$

formulani hosil qilamiz. Bu formula bilan ifodalanadigan iqtisodiy jarayon Evans modeli deb ataladi.

- Mahsulot ishlab chiqarish hajmi haqidagi iqtisodiy masala. Biror tarmoqda t vaqtda ishlab chiqarilgan mahsulot hajmini y=y(t) funksiya bilan belgilaymiz. Ishlab chiqarilgan mahsulot bozorda o‘zgarmas p narxda sotiladi deb olamiz. Ishlab chiqarishni kengaytirish uchun sarflanadigan investitsiya hajmi t vaqt bo‘yicha I=I(t) funksiya bilan aniqlansin. Ishlab chiqarishni tabiiy o‘sish modelida mahsulot hajmini ifodalovchi y=y(t) funksiyani topish talab etiladi.

Yechish: Ishlab chiqarishni tabiiy o‘sish modelida quyidagi ikkita shart qo‘yiladi:

a) mahsulot ishlab chiqarish tezligi, ya’ni ishlab chiqarish sur’ati, investitsiya hajmiga proporsional (proporsionallik koeffitsiyenti α) :

$$y\ (t) = \alpha I(t) \ ;$$

b) investitsiya hajmi olinayotgan Y(t) foydaning ma’lum bir qismiga teng, ya’ni

$$I(t) = mY(t) = mpy(t).$$

Bunda m (investitsiyalash normasi) 0<m<1 shartni qanoatlantiruvchi biror o‘zgarmas son.

Bu shartlardan mahsulot hajmi y=y(t) uchun

$y' = \alpha mpy = ky \quad (k = \alpha mp)$

differensial tenglamaga ega bo‘lamiz. Bu tenglama oldin ko‘rilgan demografik masalada paydo bo‘lgan edi va unda umumiy yechim

$$y(t) = Ce^{kt} = Ce^{\alpha mpt}$$

ko‘rinishda bo‘lishi ko‘rsatilgan edi. Agar $y(t_0) = y_0$ boshlang‘ich shart berilgan bo‘lsa, mahsulot ishlab chiqarish hajmi

ISSN: 3030-332X Impact factor: 8,293 Volume 9, issue 1, December 2024
https://wordlyknowledge.uz/index.php/IJSR worldly knowledge
Index: google scholar, research gate, research bib, zenodo, open aire.
https://scholar.google.com/scholar?hl=ru&as_sdt=0%2C5&q=wosjournals.com&btnG
https://www.researchgate.net/profile/Worldly-Knowledge
https://journalseeker.researchbib.com/view/issn/3030-332X

$$y(t) = y_0 e^{\alpha mp(t-t_0)}$$

funksiya orqali aniqlanadi.

Izoh: Yuqorida biz mahsulot narxi p o‘zgarmas deb oldik. Amalda bu shart ma’lum bir qisqa vaqt davri uchun o‘rinli bo‘ladi. Shu sababli ko‘pincha ishlab chiqarishni raqobatli bozor sharoitida o‘sish modelidan foydalaniladi. Bu modelda mahsulot hajmi y o‘sib borishi bilan uning narxi p kamayib boradi, ya’ni ma’lum bir p=p(y) kamayuvchi funksiya bo‘yicha o‘zgarib boradi deb olinadi. Bu holda mahsulot hajmi funksiyasi y=y(t)

$$y' = \alpha mp(y)y$$

o‘zgaruvchilari ajraladigan differensial tenglama orqali aniqlanadi. Bu tenglamaning umumiy yechimi

$$\frac{dy}{yp(y)} = \alpha mt + C$$

tenglikdan topiladi. Jumladan, p(y)=b–ay bo‘lgan holda y=y(t) logistik funksiyadan(VIII bob,§5 ga qarang) iborat bo‘ladi.

Masalan, p(y)=3–y , α=1.5 , m=0.4, y(0)=1.5 bo‘lganda

$$\frac{dy}{y(3-y)} = 0.6t + C \qquad -\frac{1}{3}\ [\frac{1}{y-3} - \frac{1}{y}]dy = 0.6t + C \qquad \ln\left|\frac{y-3}{y}\right| = -1.8t + C_1$$

$$\frac{y-3}{y} = e^{-1.8t + C_1} = C_2 e^{-1.8t} \qquad y = \frac{3}{1 - C_2 e^{-1.8t}}$$

umumiy yechimni olamiz. y(0)=1.5 boshlang‘ich shartga asosan bu yerdagi o‘zgarmas son qiymati $C_2 = -1$ ekanligini topamiz. Demak, berilgan shartlarda mahsulot hajmi

$$y(t) = \frac{3}{1 + e^{-2t}}$$

funksiya bilan topiladi.

I tartibli differensial tenglamalar yordamida radioaktiv moddaning parchalanishi, reaktiv harakat, kimyoviy reaksiyada modda miqdori, jismning sovishi, quymaning qizishi, ilmiy axborot oqimi, berilgan elastiklikka ega bo‘lgan talab funksiyasini topish, talab va taklif funksiyasini narxning o‘zgarish tezligiga bog‘liq holda qarash kabi masalalar ham o‘z yechimini topadi.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yhati.

1. Latipova, S. (2024). YUQORI SINF GEOMETRIYA MAVZUSINI O’QITISHDA YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR VA METODLAR. SINKVEYN METODI, VENN

DIAGRAMMASI METODLARI HAQIDA. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 3(3), 165-173.
2. Latipova, S. (2024, February). SAVOL-JAVOB METODI, BURCHAKLAR METODI, DEBAT (BAHS) METODLARI YORDAMIDA GEOMETRIYANI O’RGANISH. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 2, pp. 25-33).
3. Latipova, S., & Sharipova, M. (2024). KESIK PIRAMIDA MAVZUSIDA FOYDALANILADIGAN YANGI PEDAGOGIK TEXNOLOGIYALAR. 6X6X6 METODI, BBB (BILARDIM, BILMOQCHIMAN, BILIB OLDIM) METODLARI HAQIDA. Current approaches and new research in modern sciences, 3(2), 40-48.
4. Latipova, S. (2024). 10-11 SINFLARDA STEREOMETRIYA OQITISHNING ILMIY VA NAZARIY ASOSLARI. Академические исследования в современной науке, 3(6), 27-35.
5. Latipova, S. (2024). HILFER HOSILASI VA UNI HISOBLASH USULLARI. Центральноазиатский журнал образования и инноваций, 3(2), 122-130.
6. Latipova, S. (2024). HILFER MA’NOSIDA KASR TARTIBLI TENGLAMALAR UCHUN KOSHI MASALASI. Development and innovations in science, 3(2), 58-70.
7. Latipova, S. (2024). KESIK PIRAMIDA TUSHUNCHASI. KESIK PIRAMIDANING YON SIRTINI TOPISH FORMULALARI. Models and methods in modern science, 3(2), 58-71.
8. Shahnoza, L. (2023, March). KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA VA BOSHLANG’ICH FUNKSIYANI ANIQLASH BO’YICHA TESKARI MASALALAR. In " Conference on Universal Science Research 2023" (Vol. 1, No. 3, pp. 8-10).
9. qizi Latipova, S. S. (2024). CAPUTO MA’NOSIDAGI KASR TARTIBLI TENGLAMALARDA MANBA FUNKSIYANI ANIQLASH BO ‘YICHA TO ‘G ‘RI MASALALAR. GOLDEN BRAIN, 2(1), 375-382.
10. Latipova, S. S. (2023). SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF FINDING THE SOURCE FUNCTION IN FRACTIONAL ORDER EQUATIONS. Modern Scientific Research International Scientific Journal, 1(10), 13-23.
11. Latipova, S. (2024). GEOMETRIYADA EKSTREMAL MASALALAR. В DEVELOPMENT OF PEDAGOGICAL TECHNOLOGIES IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 3, сс. 163–172).
12. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMNING ZARURIY SHARTI. В SOLUTION OF SOCIAL PROBLEMS IN MANAGEMENT AND ECONOMY (Т. 3, Выпуск 2, сс. 79–90).
13. Latipova, S. (2024). FUNKSIYANING KESMADAGI ENG KATTA VA ENG KICHIK QIYMATI. В CURRENT APPROACHES AND NEW RESEARCH IN MODERN SCIENCES (Т. 3, Выпуск 2, сс. 120–129).
14. Latipova, S. (2024). EKSTREMUMLARNING YUQORI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA TEKSHIRILISHI. IKKINCHI TARTIBLI HOSILA YORDAMIDA EKSTREMUMGA TEKSHIRISH. В SCIENCE AND INNOVATION IN THE EDUCATION SYSTEM (Т. 3, Выпуск 3, сс. 122–133).
15. Latipova, S. (2024). BIR NECHA O'ZGARUVCHILI FUNKSIYANING EKSTREMUMLARI. В THEORETICAL ASPECTS IN THE FORMATION OF PEDAGOGICAL SCIENCES (Т. 3, Выпуск 4, сс. 14–24).
16. Latipova, S. (2024). SHARTLI EKSTREMUM. В МЕЖДУРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ АКАДЕМИЧЕСКИХ НАУК (Т. 3, Выпуск 2, сс. 61–70).
17. Latipova, S. (2024). KASR TARTIBLI HOSILALARGA BO'LGAN ILK QARASHLAR. В CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (Т. 3, Выпуск 2, сс. 46–51).

18. Latipova, S. (2024). TURLI EKSTREMAL MASALALAR. BAZI QADIMIY EKSTREMAL MASALALAR. B CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (T. 3, Выпуск 2, сс. 52–57).
19. Latipova, S. (2024). FUNKSIYA GRAFIGINI YASASHDA EKSTREMUMNING QO'LLANILISHI. B CENTRAL ASIAN JOURNAL OF EDUCATION AND INNOVATION (T. 3, Выпуск 2, сс. 58–65).