

MATRITSA VA DETERMINANTLAR. CHIZIQLI TENGLAMALAR SISTEMASINI KRAMER USULIDA YECHISH

Ramazonova Shohida Shomuhammad qizi

Osiyo xalqaro universiteti, "Umumtexnik fanlar" kafedrası o'qituvchisi

Annotatsiya: Ushbu maqolada matritsa tushunchasi, determinant tushunchasi, chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yechish haqida ba'zi tavsiyalar berilgan.

Kalit so'zlar: matritsa, determinant, chiziqli tenglamalar sistemasini va uning yechimlari.

Bugunki kunda Ilmiy-tadqiqot va innovatsion faoliyatni rag'batlantirish, fan va innovatsion yutuqlarni amaliyotda joriy etishning samarali mexanizmlarini yaratish, oliy o'quv yurtlari va ilmiy-tadqiqot institutlari huzurida ixtisoslashtirilgan ilmiy-tadqiqot va tajriba laboratoriyalari, yuqori texnologiyalari markazlari va texnoparklar tashkil etish to'g'risida muhim vazifalar belgilab berilgan. Xususan matematika sohasida ko'plab sezilarli ishlar amalga oshirilmoqda. Bunga yaqqol misol sifatida O'zbekiston Respublikasi Prezidentining 07.05.2020 yildagi Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risidagi PQ-4708-sonli qarori hamda 08.10.2019 yildagi O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risidagi O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-5847-son farmonini keltirishimiz mumkin.

Matritsa tushunchasi. Dastlab algebra kursining asosiy tushunchalardan biri bo'lgan matritsa tushunchasi haqida qisqacha to'xtalib o'tamiz.

Ta'rif. m ta satr va n ta ustundan iborat bo'lgan to'g'ri to'rtburchak shaklidagi jadvalga matritsa deyiladi.

$$A = \begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \dots & a_{m,n} \end{pmatrix}$$

Ba'zi hollarda A matritsa quyidagi ko'rinishda ham ifoda qilinadi:

$$A = (a_{i,j}), i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Bu yerda $a_{i,j}$ sonlar matritsaning elementlari deyiladi (i -satr, j -ustunni ifodalaydi). $1 \times n$ o'lchamli matritsaga satr matritsa yoki satr-vektor, $m \times 1$ o'lchamli matritsa ustun matritsa yoki ustun-vektor deb ataladi. $n \times n$ o'lchamli matritsaga n -tartibli kvadrat matritsa deyiladi.

Bosh diagonalidan bir tomonda yotuvchi barcha elementlari nolga teng bo'lgan kvadrat matritsaga uchburchak matritsa deyiladi.

Bosh diagonal elementlaridan boshqa barcha elementlari nolga teng bo'lgan kvadrat matritsaga diagonal matritsa deyiladi.

Barcha elementlari birga teng bo'lgan diagonal matritsa birlik matritsa deb ataladi va E bilan belgilanadi.

Barcha elementlari nolga teng bo'lgan matritsaga nol matritsa deyiladi.

Ta'rif: n -tartibli A kvadrat matritsaning elementlaridan ma'lum bir qonun qoida asosida hosil qilinadigan son n -tartibli determinant deyiladi.

A kvadrat matritsaning determinanti $\det A$ yoki $|A|$ kabi belgilanadi. Ayrim o'quv adabiyotlarida determinant atamasini aniqlovchi deb ataladi.

Chiziqli tenglamalar sistemasini haqida umumiy tushunchalar.

Ma'lumki bir necha tenglamalar birgalikda qaralsa, ularga tenglamalar sistemasini deyiladi. Tenglamalar sistemasidagi hamma tenglamalar chiziqli (1-darajali) bo'lsa, bunday tenglamalar sistemasiga chiziqli tenglamalar sistemasini deyiladi. Tenglamalar sistemasidagi noma'lumlar o'rniga ma'lum sonlar majmuini qo'yganda, sistemasining hamma tenglamalari ayniyatga aylansa, bunday sonlar majmuasiga tenglamalar sistemasining yechimi (ildizi) deyiladi. Bunday sonlar majmui bitta bo'lsa, tenglamalar sistemasini yagona yechimga ega bo'lib, bu sistema aniqlangan (tayin, muayyan) deb ataladi va bu tenglamalar sistemasini birgalikda deyiladi. Birgalikda bo'lgan sistema bittadan ko'p yechimga ega bo'lsa, bunday sistema aniq bo'lmagan sistema deyiladi.

Birgalikda bo'lgan tenglamalar sistemasini bir xil yechimlar majmuiga ega bo'lsa, bunday sistemalar ekvivalent deyiladi. Tenglamalar sistemasini birorta ham yechimga ega bo'lmasa, bunday sistemaga birgalikda bo'lmagan sistema deyiladi.

Fan va texnika, iqtisodiyotning ham ko'p masalalarining matematik modellari chiziqli tenglamalar sistemasini orqali ifodalanadi.

Chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yechishda bevosita berilgan sistemasining ustida ish olib boriladi.

Kramer formulalarini $n=2$ hol uchun yozamiz. Bunda quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

Asosiy va yordamchi determinantlar

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix}, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix}$$

va Kramer formulalari

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

ko'rinishda bo'ladi.

Sistemasining koeffitsientlaridan tuzilgan Δ determinant sistemasining asosiy determinanti deb ataladi. Δ_x determinant Δ dagi birinchi ustun elementlarini ozod sonlar bilan almashtirish natijasida, Δ_y esa Δ dagi ikkinchi ustun elementlarini ozod sonlar bilan almashtirish natijasida hosil bo'ladi.

Yuqorida berilgan formulalar uning ixtirochisi Shvetsariyalik matematik Kramer(1704-1752)ning sharafiga Kramer formulalari deb ataladi.

Quyida mavzuga oid bitta masalani Kramer usulida yechish algoritmini keltirib o'tamiz:

Masala. Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasini Kramer usulida yeching.

$$\begin{cases} 17x_1 + 20x_2 = 37 \\ 12x_1 - x_2 = 11 \end{cases}$$

$$\text{Yechish: } \Delta = \begin{vmatrix} 17 & 20 \\ 12 & -1 \end{vmatrix} = -17 - 240 = -257$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 37 & 20 \\ 11 & -1 \end{vmatrix} = -37 - 220 = -257 \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 17 & 37 \\ 12 & 11 \end{vmatrix} = 187 - 444 = -257$$

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-257}{-257} = 1, \quad x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{-257}{-257} = 1.$$

Xulosa:

Kramer usulining afzalligi shundan iboratki, u orqali sistemaning ma'lum bir noma'lumlarini ham toppish mumkin. Ammo bu usul ham n kata bo'lganda yuqori tartibli determinantni hisoblashni taqazo etadi va shu sababli uni amalda qo'llash yetarlicha qiyindir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. 07.05.2020 yildagi Matematika sohasidagi ta'lim sifatini oshirish va ilmiy-tadqiqotlarni rivojlantirish chora-tadbirlari to'g'risidagi PQ-4708-sonli qarori hamda 08.10.2019 yildagi O'zbekiston Respublikasi oliy ta'lim tizimini 2030-yilgacha rivojlantirish konsepsiyasini tasdiqlash to'g'risidagi O'zbekiston Respublikasi Prezidentining PF-5847-son farmoni// <http://www.lex.uz>
2. Turdiev Kh.Kh., Bahronova S.B. "Existence of a solution to the problem
3. posed for a system of fractional diffusion equations" BuxDu ilmiy axboroti
4. Respublika miqyosidagi ilmiy-amaliy anjuman.
5. Durdiev D.K., Turdiev H.H. Determining of a space dependent coefficient of fractional diffusion equation with the generalized Riemann–Liouville time derivative, Lobachevskii Journal of Mathematics, **45**, No. 2, pp. 80–94, 2024
6. Jalilov, R., Latipov, S., Aslonov, Q., Choriyev, A., & Maxbuba, C. (2021, January). To the question of the development of servers of real-time management systems of electrical engineering complexes on the basis of modern automation systems. In CEUR Workshop Proceedings (Vol. 2843).
7. Бахронова .С.Б. (2024). СИСТЕМА ВОЛНОВЫХ УРАВНЕНИЙ, ПРИВОДИМАЯ ОПЕРАТОРОМ ДРОБНОГО ПОРЯДКА РИМАНА-ЛИУВИЛЛЯ В КАНОНИЧЕСКУЮ ФОРМУ. МЕДИЦИНА, ПЕДАГОГИКА И ТЕХНОЛОГИ