

## EYLER INTEGRALLARI VA MITTAG-LEFFLER FUNKSIYASINING ZAMONAVIY FIZIKA VA MATEMATIKADAGI ROLI

Quvvatov Behruz Ulug‘bek o‘g‘li

Osiyo Xalqaro Universiteti

“Umumtexnik fanlar” kafedresi o‘qituvchisi

[ulugbekovich.bekhruz@mail.ru](mailto:ulugbekovich.bekhruz@mail.ru)

### Kirish

Matematik analizning asosiy vositalaridan bo‘lgan Eyler integrallari va Mittag-Leffler funksiyasi zamonaviy matematika va fizikaning muhim komponentlari hisoblanadi. Ular ko‘p sonli differentsial tenglamalarni yechishda va murakkab fizik jarayonlarni modellashtirishda keng qo‘llaniladi. Eyler integrallari gamma va beta funksiyalarini o‘z ichiga olib, maxsus funksiyalar oilasini yaratadi. Mittag-Leffler funksiyasi esa fraksional differentsial tenglamalarni yechishda va anomal diffuziya kabi murakkab fizik jarayonlarni tavsiflashda qo‘llaniladigan umumlashgan funksiyadir. Ushbu maqolada ushbu ikki matematik tushunchaning nazariy va amaliy qo‘llanilish sohalari tahlil qilinadi.

### Eyler Integrallari

Eyler integrallari gamma va beta funksiyalarini o‘z ichiga olgan asosiy matematik vositalardan hisoblanadi. Ikkala funksiya ham uzluksiz funksiyalar va maxsus jarayonlarni ifodalaydi va differentsial tenglamalar, ehtimollik nazariyasi, hamda statistika sohasida keng qo‘llaniladi.

### Gamma Funksiyasi

Gamma funksiyasi faktoriallarni umumlashtiruvchi funksiya bo‘lib, quyidagi shaklda aniqlanadi:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \text{Re}(z) > 0.$$

Gamma funksiyasi, ayniqsa, ehtimollik taqsimotlarida keng qo‘llaniladi, masalan, gamma taqsimoti. Ushbu funksiya faktorialning uzluksiz ekvivalenti bo‘lib, ko‘plab statistik modellarda ishlatiladi. Masalan, ko‘p o‘lchovli statistik modellashtirish jarayonida gamma funksiyasi orqali taqsimotlar va integral hisobotlar hosil qilinadi. Fizikada gamma funksiyasi, shuningdek, kvant mexanikasi va statistik fizika modellari uchun zaruriy vosita bo‘lib xizmat qiladi.

### Beta Funksiyasi

Beta funksiyasi esa ikkita mustaqil o‘zgaruvchiga ega bo‘lib, quyidagicha ifodalanadi:

$$B(x, y) = \int_0^1 t^{x-1} (1-t)^{y-1} dt.$$

U gamma funksiyasi bilan quyidagicha bog'liq:

$$B(x, y) = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}.$$

Beta funksiyasi, ehtimollik nazariyasi va statistikada muhim ahamiyatga ega. U beta taqsimotini ifodalashda qo'llaniladi, bu taqsimot esa o'zgaruvchilarning chegarali intervaldagi taqsimlanishiga asoslangan modellarni yaratishda qo'llanadi. Statistika va genetika, molekulyar biologiya kabi sohalarda beta funksiyasi orqali optimallashtirish va parametrlarni baholash amalga oshiriladi.

### Mittag-Leffler Funksiyasi

Mittag-Leffler funksiyasi 1900-yillarda shvetsiyalik matematik Gösta Mittag-Leffler tomonidan kiritilgan bo'lib, gamma funksiyasining umumlashgan shakli sifatida ko'riladi. Bu funksiya fraksional differentsial tenglamalar bilan bog'liq murakkab fizik jarayonlarni tavsiflashda keng qo'llaniladi.

### Bir parametrlil Mittag-Leffler Funksiyasi

Mittag-Leffler funksiyasining asosiy shakli quyidagicha aniqlanadi:

$$E_{\alpha}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + 1)}.$$

Bu qator uzluksiz va butun funksiya bo'lib, fraksional differentsial tenglamalarni yechishda muhim ahamiyatga ega. Ayniqsa, anomal diffuziya va vaqt bilan bog'liq muammolarni modellashtirishda foydalaniladi. Bu jarayonlar klassik differentsial tenglamalar bilan izohlanmaydigan kompleks sistemalarda uchraydi.

### Ikkita Parametrlil Mittag-Leffler Funksiyasi

Ikkita parametrlil Mittag-Leffler funksiyasi esa quyidagicha ifodalanadi:

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \beta)}.$$

Bu funksiya anomal diffuziya va elektrostatik jarayonlar kabi sohalarda qo'llaniladi. Ayniqsa, fraksional differensial tenglamalar orqali elektrostatik va termodinamik modellarni ifodalashda Mittag-Leffler funksiyasining ikki parametrlilik shakli asosiy rol o'ynaydi.

### Fizika va Matematikadagi Qo'llanilish

Eyler integrallari va Mittag-Leffler funksiyasi matematikadan tashqari ko'plab ilmiy va texnik sohalarda keng qo'llaniladi. Ayniqsa, quyidagi sohalarda ulardan foydalaniladi:

#### 1. Fraksional Differensial Tenglamalar

Fraksional differensial tenglamalar odatdagi differensial tenglamalarning umumlashgan shakli bo'lib, ular fraksional tartibli derivativlar orqali tavsiflanadi. Mittag-Leffler funksiyasi ushbu tenglamalarning umumiy yechimlarida asosiy komponent sifatida ishlatiladi. Bu funksiya murakkab fizik jarayonlar, jumladan, anomal diffuziya, yorilish jarayonlari, va biofizik tizimlarning modellashtirishda qo'llaniladi.

#### 2. Ehtimollik Nazariyasi va Statistika

Gamma va beta funksiyalari ehtimollik nazariyasi va statistikada keng qo'llaniladi. Gamma funksiyasi gamma taqsimoti va Poisson jarayonini tavsiflashda ishlatilsa, beta funksiyasi beta taqsimotining asosiy tarkibiy qismidir. Bu taqsimotlar ko'plab ilmiy tadqiqotlarda, jumladan, epidemiologik modellashtirish va parametrlarni baholashda qo'llaniladi.

#### 3. Matematik Fizika

Maxsus funksiyalar va ularning o'zgarishlari fizik jarayonlarni tavsiflash uchun zarurdir. Eylerning gamma va beta funksiyalari kvant mexanikasi, statistik fizika va kosmologiya kabi sohalarda ishlatiladi. Mittag-Leffler funksiyasi esa fraksional modellashtirish orqali murakkab fizik hodisalarni izohlashda qo'llaniladi.

### Xulosa

Eyler integrallari va Mittag-Leffler funksiyasi zamonaviy matematika va fizikaning fundamental vositalaridan biridir. Ular fraksional differensial tenglamalarni yechishda, ehtimollik nazariyasi va statistikada qo'llanilib, zamonaviy ilmiy tadqiqotlarda asosiy o'rin egallaydi. Ushbu maxsus funksiyalar murakkab tizimlarni modellashtirishda va yangi nazariy modellarni yaratishda muhim ahamiyat kasb etmoqda. Eyler integrallari va Mittag-Leffler funksiyasining chuqur o'rganilishi kelajakda matematika va fizikaning yangi yutuqlariga asos bo'lishi mumkin.

### FOYDALANGAN ADABIYOTLAR RO'YXATI:

1. Quvvatov Behruz Ulug'bek o'g'li. (2024). FRAKSIONAL HISOBLASHDAGI EYLER INTEGRALLARI VA MITTAG-LEFFLER FUNKSIYASI. IQRO INDEXING, 12(01), 9-14.
2. Behruz Ulugbek og, Quvvatov. "TECHNOLOGY AND MEDICINE: A DYNAMIC PARTNERSHIP." International Multidisciplinary Journal for Research & Development 10.11 (2023).
3. Behruz Ulugbek og, Quvvatov. "FUNDAMENTALS OF ALGORITHM AND PROGRAMMING IN MATHCAD SOFTWARE." Multidisciplinary Journal of Science and Technology 4.3 (2024): 410-418.
4. Behruz Ulugbek og, Quvvatov. "ADOBE PHOTOSHOP CC DASTURIDA ISHLASH." PEDAGOG 7.4 (2024): 390-396.
5. Quvvatov, B. U. (2024). ELEKTRON DARSLIK YARATUVCHI DASTURLAR XARAKTERISTIKALARI. PEDAGOG, 7(5), 292-301.
6. Behruz Ulugbek og, Q. (2024). INFORMATIKA FANINI O'QITISHDA INTERFAOL METODLARDAN FOYDALANISH. PEDAGOG, 7(6), 52-62.
7. Quvvatov, B. (2023). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. UMUMLASHGAN TRAPETSIYALAR QOIDASI. Академические исследования в современной науке, 3(7), 137-142.
8. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. GAUSS KVADRATUR FORMULALARI. Models and methods in modern science, 3(2), 114-125.
9. Behruz Ulug'bek o'g, Q. (2023). USE OF ARTIFICIAL NERVOUS SYSTEMS IN MODELING. Multidisciplinary Journal of Science and Technology, 3(5), 269-273.
10. Babaev, S., Olimov, N., Imomova, S., & Kuvvatov, B. (2024, March). Construction of natural L spline in  $W_2, \sigma(2, 1)$  space. In AIP Conference Proceedings (Vol. 3004, No. 1). AIP Publishing.
11. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. SIMPSON FORMULASI. Models and methods in modern science, 3(2), 223-228.
12. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. SIMPSON FORMULASI. Models and methods in modern science, 3(2), 223-228.
13. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. KLASSIK GAUSS KVADRATURALARI. Инновационные исследования в науке, 3(2), 94-103.
14. Quvvatov, B. (2024, February). TORTBURCHAK ELEMENT USTIDA GAUSS-LEJANDR FORMULASI. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 2, pp. 101-108).
15. Behruz Ulug'bek o'g, Q. li.(2023). Mobil ilovalar yaratish va ularni bajarish jarayoni. International journal of scientific researchers, 2(2).
16. Quvvatov, B. (2024, February). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. REKURSIV TRAPETSIYALAR QOIDASI. In Международная конференция академических наук (Vol. 3, No. 2, pp. 41-51).
17. Quvvatov, B. (2024). ALGEBRAIK ANIQLIGI YUQORI BOLGAN KVADRATUR FORMULALAR. ORTOGONAL KOPHADLAR. Инновационные исследования в науке, 3(2), 47-59.

18. Quvvatov, B. (2024). GLOBAL IN VIRTUAL LEARNING MOBILE APP CREATION INFORMATION SYSTEMS AND TECHNOLOGIES. Science and innovation in the education system, 3(1), 95-104.
19. Quvvatov, B. (2024). WEB FRONT-END AND BACK-END TECHNOLOGIES IN PROGRAMMING. Theoretical aspects in the formation of pedagogical sciences, 3(1), 208-215.
20. Quvvatov, B. (2024). FINDING SOLUTIONS OF SPECIAL MODELS BY INTEGRATING INTEGRAL EQUATIONS AND MODELS. Current approaches and new research in modern sciences, 3(1), 122-130.
21. Quvvatov, B. (2024). CONSTRUCTION OF SPECIAL MODELS THROUGH DIFFERENTIAL EQUATIONS AND PRACTICAL SOLUTIONS. Solution of social problems in management and economy, 3(1), 108-115.
22. Quvvatov, B. (2024). SQL DATABASES AND BIG DATA ANALYTICS: NAVIGATING THE DATA MANAGEMENT LANDSCAPE. Development of pedagogical technologies in modern sciences, 3(1), 117-124.
23. Karimov, F. (2022). ANIQ INTEGRALNI TAQRIBIY HISOBLASH. ЦЕНТР НАУЧНЫХ ПУБЛИКАЦИЙ (buxdu. uz), 14(14).