Ismoilova Dildora Erkinovna
Osiyo Xalqaro Universiteti o’qituvchisi

FUNKSIYA VA UNING LIMITI MAVZUSIGA OID MISOLLAR ISHLASH

Annotatsiya: Ushbu maqolada funksiya tushunchasiga ta’rif, funksiyaning aniqlanish sohasini hisoblashga oid misollar, funksiya limitiga ta’rif, limitni hisoblash qoidalari hamda mavzuga oid mustaqil ishlash uchun misollar keltirilgan.

Kirish so’zlar: Funksiya, aniqlanish sohasi, qiymatlar sohasi, misollar, limit, o’ng limit, chap limit.

Dastlab funksiya tushunchasiga ta’rif berish maqsadida ikki xil o’zgarmas va o’zgaruvchi kattalik tushunchalarini kiritamiz. O’zgarmas kattalik bu- muayyan sharoitda o’zining son qiymatini o’zgartirmaydiga kattalikdir. O’zgarmas kattalik massa, tekis harakatda tezlikni misol keltirish mumkin. O’zgaruvchi kattalik esa muayyan sharoitlarda turli xil qiymat qabul qiladigan kattalikdir. O’zgaruvchi kattalikka misol sifatida tekis tezlanuvchan yoki tekis sekinlanuvchan harakatdagi etzlikni keltirish mumkin. Chunki bu ikki harakatda ham tezlik tezlanishning son qiymati o’zgarganda o’zgarib boradi. Matematikada odatda, o’zgarmas kattalik- argument, o’zgaruvchi kattalik esa funksiya deb ataladi.

Ikkita X va Y bo’sh bo’lmagan sonli to’plamlarni qaraylik. X to’plamdan olingan har bir x ga, Y to’plamdan olingan yagona y ni mos qo’yuvchi akslantirishga funksiya deyiladi. Funksiya odatda $f(x)$ kabi belgilanadi. Bunda, X to’plam funksiyaning aniqlanish sohasi (to’plami) deyiladi va $D(f)$ kabi belgilanadi. Y to’plam esa funksiyaning qiymatlar sohasi deyiladi va $E(f)$ kabi belgilanadi.

Funksiyaning aniqlanish sohasiga oid misollardan namunalar va ularning ishlanishini ko’rib o’taylik.

1-misol: $f(x) = x^2 + 3x - 4$ berilgan funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish: Yuqoridagi funksiyaning aniqlanish sohasini topish uchun ushb u funksiyaning argumenti qanday qiymatlar qabul qila olishini topishimiz kerak. Oddiy matematik tushunchalardan xulosa qilish mumkinki, funksiyaning argumenti barcha haqiqiy sonlarni qabul qilib biladi ya’ni, $D(f) = \mathbb{R} = (-\infty; +\infty)$.

2-misol: $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+6}$ berilgan funksiyaning aniqlanish sohasini toping.

Yechish: Ushbu funksiyaning aniqlanish sohasini topish uchun “kasrning maxraji noldan farqli bo’lishi kerak” degan tushunchadan foydalanamiz ya’ni, $x^2 - 5x + 6 \neq 0$. Ushbu tenglik keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizni topish masalasiga keladi. Viyet teoremasiga ko’ra keltirilgan kvadrat tenglamaning ildizlari mavjud bo’lsa, uning ildizlari quyidagi sistemani qanoatlantirishi kerak:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 x_2 = 6 \end{cases}$$

Ushbu tenglamalar sistemasidan $x_1 = 2, x_2 = 3$ ekanligi kelib chiqadi. Aniqlanish sohasining shartiga ko'ra, keltirilgan kvadrat tenglama noldan farqli bo'lishi uchun ushbu qiymatlarni qabul qilamsligi kerak ya'ni, $x_1 \neq 2, x_2 \neq 3$ yoki $D(f) = (-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (3; +\infty)$.

Endi funksiya limiti tushunchasiga to'xtalamiz. Limit tushunchasi bevosita ikkita tushuncha: o'ng va chap limit tushunchasiga bog'liq. Agar x argument o'ngdan biror a soniga intilganda, $f(x)$ funksiya mos ravishda A_1 soniga intilsa, A_1 soni $f(x)$ funksiyaning x argument a ga intilgandagi o'ng limiti deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$\lim_{x\to a+0} f(x) = f(a+0).$$

Agar x argument chapdan biror a soniga intilganda, $f(x)$ funksiya mos ravishda A_1 soniga intilsa, A_1 soni $f(x)$ funksiyaning x argument a ga intilgandagi chap limiti deyiladi va quyidagicha belgilanadi:

$$\lim_{x\to a-0} f(x) = f(a-0).$$

Yuqoridagi ikki ta'rifdan quyidagicha xulosa qilish mumkin:

Xulosa: Funksiya limitga ega bo'lishi uchun o'ng va chap limiti teng bo'lishi kerak.

$$\lim_{x\to a} f(x) = f(a+0) = f(a-0) = f(a)$$

Limitga oid misollar:

3-misol: $\lim\limits_{x\to 2} 3x^4 - 5x + 8$ limitni hisoblang

Ushbu limitni hisoblash uchun limitning sodda xossalaridan foydalanamiz:

$$\lim_{x\to 2} 3x^4 - 5x + 8 = \lim_{x\to 2} 3x^4 - \lim_{x\to 2} 5x + \lim_{x\to 2} 8 = 48 - 10 + 8 = 46.$$

4-misol: $\lim\limits_{x\to -1} \frac{x^2-2x-3}{x+1}$ limitni hisoblang.

Ushbu limitni hisoblash uchun dastlab maxrajni noldan farqli ekanligini tekshiramiz: $x + 1 =- 1 + 1 = 0$.

Kasrning maxraji nolga teng bo'lganligi uchun ikki xil holat bo'lishi mumkin:

1. Kasrning surati noldan farqli - bu holatda maxraj nolga intilsa kasrning qiymati cheksizga intiladi degan qoidadan foydalanamiz;
2. Kasrning surati nol bo'lsa, ya'ni $\frac{0}{0}$ ko'rinishiga keladi va bu aniqmaslik hisoblanib, aniqmaslikni yo'qotish usulidan foydalanamiz:

$$\lim_{x\to -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x+1} = \lim_{x\to -1} \frac{(x-3)(x+1)}{x+1} = \lim_{x\to -1} (x-3) =- 1 - 3 =- 4.$$

Quyidagi misollarni ishlash uchun talabaning o'ziga havola qilamiz va yuqorida ishlangan misollarni qo'llanma sifatida qo'llashni tavsiya qilamiz:

1. $\lim\limits_{x\to 0} (5x - 7)$

2. $\lim\limits_{x \to -1} (-3 + 8x)$
3. $\lim\limits_{x \to 2} \frac{x^2-4x+4}{x-2}$
4. $\lim\limits_{x \to 1} \frac{x^2-5x+4}{x-1}$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Тошева, Н. А., Исмоилова, Д. Э. (2021). Явный вид резольвенты обобщенной модели Фридрихса. Наука, техника и образование, (2-2 (77)), 39-43.
2. Erkinovna, I. D. (2023). Funksiya limiti mavzusini o'qitishda interfaol usullardan foydalanish. Лучшие интеллектуальные исследования, 9(1), 173-175.