

Доцент кафедры “Электротехника, электромеханика и электротехнологии” Андижанского машиностроительного института, к.т.н., под рецензией Астана Исмаилова

**Мамаджанов Баходир Джураханович**  
Кандидат технических наук  
Андижанский машиностроительный институт, Узбекистан  
Email: [bm02717272@gmail.com](mailto:bm02717272@gmail.com)  
ORCID ID: 0009-0005-9833-124X  
93 411 85 27

---

## СИЛЫ ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА МЕЛКОДИСПЕРГИРОВАННЫЕ ЧАСТИЦЫ В НЕОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ

**АННОТАЦИЯ:** Создание основ методики определения пондеромоторной силы в неоднородном электрическом поле.

**Ключевые слова:** пондеромоторная сила, неоднородное электрическое поле, градиент от модуля напряжённости, сортирование частиц.

### ВВЕДЕНИЕ:

Целью работы является создание некоторых основ методики определения пондеромоторной силы в векторной форме для сложного неоднородного электрического поля, что даёт возможность знать модуль и направление пондеромоторной силы в любой точке поля.

Под мелкодиспергированными частицами следует понимать мелкие частицы, электрическое поле которых может аппроксимировано полем элементарного диполя. При внесении частицы в рассматриваемое поле она не изменяет исходной формы его. Подобные частицы присутствуют в семенных смесях.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ:

теория электромагнитного поля, методы математического анализа, метод математического моделирования и решения дифференциальных уравнений, теория разделения сыпучих смесей на цилиндрической поверхности.

В неоднородном электрическом поле на любую с точки зрения проводимости частицу воздействует электрическая сила /1/

$$F_{эл} = \text{grad}(\vec{P}\vec{E}). \quad (1)$$

Здесь  $\vec{P}$ -дипольный момент частицы;

$\vec{E}$ -напряженность электрического поля.

В неоднородном электрическом поле диполь стремится расположиться вдоль силовых линий электрического поля. Для этого случая выражение (1) будет иметь вид:

$$F_{ат} = |P| \cdot \text{grad}|E| \quad (2)$$

где  $|P|$ -модуль дипольного момента,

$\text{grad}|E|$  - градиент от модуля напряженности электрического поля.

Градиент от модуля напряжённости электрического поля характеризует его неоднородность; является векторной функцией, а сам модуль - величина скалярная.

Модуль дипольного момента частицы, пропорционален модулю напряжённости внешнего поля.

$$|P| = K_{\phi} |E| \quad (3)$$

В формуле (3)  $K_{\phi}$  - коэффициент, учитывающий влияние формы частицы и её диэлектрической проницаемости.

Подставив (3) в (2), получим

$$F_{\text{эл}} = K_{\phi} |E| \text{grad}|E| \quad (4)$$

Для градиента модуля напряжённости имеет

$$\text{grad}|E| = \frac{\partial|E|}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial|E|}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial|E|}{\partial z} \vec{k} \quad (5)$$

Сравним выражение (4) с выражением для определения силы, действующей на электрический заряд  $q$  в потенциальном поле:

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q \cdot \text{grad}\phi \quad (6)$$

Где  $\phi = f(x, y, z)$ - функция потенциалов поля

### **РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ:**

Получены математические выражения, силовое потенциальное поле электрических зарядов. Получены математические выражения для определения пондеромоторной силы через модуль напряженности. Предложены выражения для различных коэффициентов формы.

Сравнение выражений (4) и (6) указывает на их формальную математическую аналогичность: функция потенциалов поля и её градиент описывают силовое потенциальное поле для электрических зарядов, модуль напряжённости электрического поля и его градиент описывают силовое потенциальное поле для элементарных диэлектрических тел (диполей).

Здесь можно утверждать, что происходит преобразование одного потенциального поля в другое. Это - другое поле в свою очередь также можно представить в виде поверхностей одинакового уровня  $|E| = \text{const}$  и силовых линий, касательные к которым определяют направление пондеромоторной силы.

Поле пондеромоторных сил описывается дифференциальным уравнением:

$$\frac{dx}{\partial|E|/\partial x} = \frac{dy}{\partial|E|/\partial y} = \frac{dz}{\partial|E|/\partial z} \quad (7)$$

поле должно удовлетворять уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2|E|}{\partial x^2} + \frac{\partial^2|E|}{\partial y^2} + \frac{\partial^2|E|}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

Дальнейшие преобразования выражения (4) проводятся в следующей последовательности: вектор  $\text{grad}|E|$  умножается на скаляр  $|E|$ ; с учетом (5), определяется окончательная функция пондеромоторной силы в любой точке электрического трёхмерного поля, выраженная через функцию модуля напряжённости:

$$\vec{F}_{el} = k_{\phi} (|E| \frac{\partial |E|}{\partial x} \vec{i} + |E| \frac{\partial |E|}{\partial y} \vec{j} + |E| \frac{\partial |E|}{\partial z} \vec{k}) \quad (9)$$

или

$$\vec{F}_{el} = \frac{1}{2} k_{\phi} (\frac{\partial |E|^2}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial |E|^2}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial |E|^2}{\partial z} \vec{k}) \quad (10)$$

Пользуясь выражением (9), можно определить модуль (абсолютную величину) пондеромоторной силы в любой точке  $M(x, y, z)$  поля:

$$F_{el} = k_{\phi} |E| \sqrt{\left(\frac{\partial |E|}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial |E|}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial |E|}{\partial z}\right)^2} \quad (11)$$

а также её направление

$$n_{(M)} = \frac{\frac{\partial |E|}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial |E|}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial |E|}{\partial z} \vec{k}}{\sqrt{\left(\frac{\partial |E|}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial |E|}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial |E|}{\partial z}\right)^2}} \quad (12)$$

или

$$n_{(M)} = \cos\alpha \vec{i} + \cos\beta \vec{j} + \cos\gamma \vec{k}$$

Таким образом, выражения (9) и (10) являются основополагающими при определении функции пондеромоторной силы через модуль напряжённости поля.

По осям  $x, y, z$  модуль напряжённости поля будет иметь вид

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2 + E_z^2}$$

Значение функции напряжённости электрического поля можно найти путём интегрирования уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0$$

или путём дифференцирования функции потенциала поля:

$$\vec{E} = - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right), \quad (13)$$

откуда

$$|E| = \sqrt{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2}, \quad (14)$$

Подставив (14) в выражение (10), можно получить функцию пондеромоторной силы, выраженную через функцию потенциалов поля (её частных производных):

$$\vec{F}_{el} = \frac{1}{2} K_{\phi} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 \right] \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 \right] \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2 \right] \vec{k} \right\} \quad (15)$$

Таким образом, чтобы определить значение пондеромоторной силы и её направление, надо в каждом конкретном случае определить функцию этой силы из выражений (9), (10) или (15) через параметры поля.

Коэффициент  $k_{\phi}$  для некоторых конкретных случаев может быть определён из выражения для дипольного момента частицы. В частности, для шара

$$k_{\phi} = 4\pi R^3 \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{(\varepsilon_2 + 2\varepsilon_1)}, \quad (16)$$

где  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  электрическая постоянная Ф/м;

$\varepsilon_1$ - относительная диэлектрическая проницаемость среды,

$\varepsilon_2$  - относительная диэлектрическая проницаемость частицы;

R- радиус частицы, м.

Для эллипсоида

$$k_{\phi} = 4\pi abc \frac{\varepsilon_0(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{(\varepsilon_1 + N(\varepsilon_2 - \varepsilon_1))} \quad (17)$$

где N - коэффициент деполяризации;

a, b, c - оси эллипсоида, м.

После подстановки значений  $K_{\phi}$  (16) или (17) в выражение (9), (10) или (15) можно определить окончательное значение пондеромоторной силы, действующей на шар или эллипсоид в неоднородном поле. Коэффициент  $k_{\phi}$  для эллипсоида зависит от коэффициента деполяризации N, который определяется положением осей a, b, c в пространстве, то есть ориентации эллипсоида.

Следовательно, величина пондеромоторной силы для эллипсоида зависит не только от его координат (положения) в пространстве, но и от его ориентации.

Чтобы определить значения пондеромоторной силы, а также её направление, надо в каждом конкретном случае определить функцию этой силы. Коэффициент формы для эллипсоида зависит от коэффициента деполяризации N.

Величина пондеромоторной силы для частицы с эллипсоидной формой зависит не только от его координат в пространстве, но и от его ориентации в электрическом поле.

На мелкодисперированные частицы в неоднородном электрическом поле действуют пондеромоторные силы. Вопросы расчета их были рассмотрены в работах [1,2].

В них были изложены пути расчета применительно к узкому кругу задач.

### **ВЫВОДЫ:**

Предложенная методика может быть применена для решения конкретной задачи расчёта пондеромоторных сил в поле решётки знакопеременных цилиндрических проводников. Это поле является достаточно близкой физической моделью поля бифилярной обмотки диэлектрических сепараторов семян [3,4,5]. Это позволяет оценить как качественную, так и количественную стороны вопросов, связанных с применением знакопеременных полей в технологических процессах диэлектрической сепарации семенных смесей.

Поскольку поле решётки знакопеременных проводников плоскопараллельное, то можно ограничиться двумерным пространством и записать функцию пондеромоторной силы для двумерного поля, а затем определить частные производные от функции модуля напряжённости поля. И далее получить функцию пондеромоторной силы для поля решётки знакопеременных проводников.

Итак. функция пондеромоторной силы для двумерного пространства

$$\vec{F}_{el} = k_{\phi} \left( |E| \frac{\partial |E|}{\partial x} \vec{i} + |E| \frac{\partial |E|}{\partial y} \vec{j} \right) \quad (18)$$

Для решётки знакопеременных проводников модуль напряжённости [3,5]:

$$F_{el} = - \frac{k_{\phi} \pi \tau^2}{L} \left[ \frac{\sin 2 \pi x/a}{(ch^2 \frac{\pi y}{a} - \cos^2 \frac{\pi x}{a})^2} \vec{i} + \frac{ch 2 \pi y/a}{(ch^2 \frac{\pi y}{a} - \cos^2 \frac{\pi x}{a})^2} \vec{j} \right] \quad (19)$$

В последующем можно определить зону действия пондеромоторной силы в поле решётки знакопеременных цилиндрических проводников, то есть как далеко от плоскости решётки эта сила может себя проявлять. Так же представить рельеф пондеромоторных сил и установить в каком месте пондеромоторная сила может достигать максимального значения.

### **ЛИТЕРАТУРА:**

1. Волкова З.В. Диэлектрическая сепарация различных поликонцентратов и материалов. М., Издательство «Недра», 1975.
2. Мамаджанов Б.Д. Диэлектрическая калибровочно - сортировальная машина для оголённых семян хлопчатника. Дисс.канд. техн.наук. - М. 1992. – 200 с.
3. Мамаджанов Б.Д., Шукуралиев А.Ш. Анализ процесса разделения семян хлопчатника на унификационной сортировочной машине. Бюллетень науки и практики, Т-7, №4, С. 236-242.
4. Электрическая сила в системе электродов. Б.Д.Мамаджанов, Ш.Манноббоев. Xalqaro ilmiy-amaliy materiallar to'plami. Andijon-2022 y., 25-27 may.

5. Исследование электрической силы в поле разноимённо заряженных пластин.- Б.Д. Мамаджанов. Xalqaro ilmiy-amaliy materiallar to'plam. Andijon-2022 y.,
6. Mamadzhanov, B. D., & ugli Mannobboev, S. S. (2022). CONTROL OF THE ELECTRIC FIELD OF DIELECTRIC SEPARATING DEVICES BY THE SUPERIMPOSITION METHOD. INTERNATIONAL JOURNAL OF RESEARCH IN COMMERCE, IT, ENGINEERING AND SOCIAL SCIENCES ISSN: 2349-7793 Impact Factor: 6.876, 16(07), 37-41.
7. Мамаджанов, Б. Д., Шукуралиев, А. Ш., & Манноббоев, Ш. С. (2023). МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЕМКОСТИ РАБОЧЕГО ОРГАНА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СОРТИРОВОЧНОЙ МАШИНЫ. Educational Research in Universal Sciences, 2(15), 581-589.
8. Mamadzhanov, B., Shukuraliev, A., Mannobboev, S., Turaev, S., Patidinov, A., & Mavlyanova, S. (2024). Dielectric separation. In E3S Web of Conferences (Vol. 471, p. 02017). EDP Sciences.